

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE  
Faculté d'éducation  
Maîtrise en adaptation scolaire et sociale

**L'acquisition du concept de fraction chez les élèves dyspraxiques**

Par : Marie-Eve Shank (04474367)

Travail présenté à Monsieur Laurent Theis  
dans le cadre du cours  
Essai (MAS854)

Mai 2012

## TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>7</b>
 <b>PREMIER CHAPITRE - LA PROBLÉMATIQUE .....</b>	 <b>9</b>
1. LE POINT DE DÉPART DU PROJET DE RECHERCHE .....	9
2. PERTINENCE DE L'ÉTUDE .....	9
3. ÉTAT DE LA RECHERCHE .....	11
3.1 Définition des nombres rationnels .....	12
3.2 Les différents sens attribués à la fraction .....	13
3.3 Les difficultés liées au concept de fraction .....	14
3.3.1 <i>Confusion entre les entiers et les nombre rationnels</i> .....	15
3.3.2 <i>Difficultés liées aux différentes représentations</i> .....	17
3.3.3 <i>Difficultés liées à la compréhension des différents sens de la fraction.</i>	17
3.3.4 <i>Conclusion</i> .....	18
3.3.5 <i>Les limites des études présentées</i> .....	19
3.4 Problématique de la dyspraxie .....	19
3.4.1 <i>Un état des connaissances actuelles sur la dyspraxie</i> .....	22
3.4.2 <i>Les difficultés des élèves dyspraxiques en mathématiques</i> .....	23
3.4.3 <i>Le concept de fraction chez les élèves dyspraxiques</i> .....	24
3.4.4 <i>Les limites des études présentées</i> .....	25
 <b>DEUXIÈME CHAPITRE - CADRE CONCEPTUEL .....</b>	 <b>26</b>
1. ANALYSE CONCEPTUELLE DE FRACTION .....	26
1.1 Construction du concept de fraction selon Kieren (1976) et Piaget et al. (1948)	26
1.2 Construction du concept de fraction selon Naghibi (2008) .....	28
1.2.1 <i>Le modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989)</i> .....	29
1.2.2 <i>Le modèle de Bergeron et Herscovics appliqué au concept de fraction</i>	31
1.2.2.1 <i>La compréhension logico-physique de la fraction</i> .....	31



1.2.2.2	La compréhension logico-mathématique de la fraction .....	32
1.3	Utilisation du modèle de Bergeron et Herscovics dans le cadre de cette étude .....	32
1.4	Limites du modèle .....	33

### **TROISIÈME CHAPITRE - QUESTION ET OBJECTIFS DE LA RECHERCHE. 34**

1.	PRÉSENTATION DE LA QUESTION DE RECHERCHE .....	34
2.	PRÉSENTATION DES OBJECTIFS DE LA RECHERCHE .....	34

### **QUATRIÈME CHAPITRE – MÉTHODOLOGIE ..... 36**

1.	LA PRÉSENTATION DES OUTILS DE COLLECTE DE DONNÉES .....	36
2.	L'ÉCHANTILLON DE LA RECHERCHE .....	37
3.	LA MÉTHODE D'ANALYSE DES DONNÉES .....	37
4.	LE CALENDRIER DE LA RECHERCHE .....	38

### **CINQUIÈME CHAPITRE – DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ..... 39**

1.	ÉLABORATION DU NIVEAU ATTENDU POUR LES ÉLÈVES-CIBLÉS .....	39
2.	ÉLABORATION DE L'ENTREVUE .....	40
2.1	Compréhension logico-physique : intuition .....	40
2.2	Compréhension logico-physique : compréhension procédurale .....	41
2.3	Compréhension logico-physique : abstraction .....	42
2.4	Compréhension logico-mathématique : compréhension procédurale .....	43
2.5	Compréhension logico-mathématique : abstraction .....	46
2.6	Compréhension logico-mathématique : formalisation .....	48

### **SIXIÈME CHAPITRE – RÉSULTATS ..... 52**

1.	PROFIL DE JULIEN .....	52
2.	PROFIL D'ALEX .....	53
3.	PRÉSENTATION DES RÉSULTATS .....	53
3.1	Compréhension logico-physique : intuition .....	53
3.1.1	Présentation des résultats .....	53

3.1.2	Analyse des résultats de Julien .....	55
3.1.3	Analyse des résultats d'Alex .....	55
3.2	Compréhension logico-physique : compréhension procédurale .....	56
3.2.1	Présentation des résultats .....	56
3.2.2	Analyse des résultats de Julien .....	58
3.2.3	Analyse des résultats d'Alex .....	58
3.3	Compréhension logico-physique : abstraction .....	59
3.3.1	Présentation des résultats .....	59
3.3.2	Analyse des résultats de Julien .....	60
3.3.3	Analyse des résultats d'Alex .....	60
3.4	Compréhension logico-mathématique : procédurale .....	60
3.4.1	Présentation des résultats .....	60
3.4.2	Analyse des résultats de Julien .....	66
3.4.3	Analyse des résultats d'Alex .....	67
3.5	Compréhension logico-physique : abstraction .....	69
3.5.1	Présentation des résultats .....	69
3.5.2	Analyse des résultats de Julien .....	71
3.5.3	Analyse des résultats d'Alex .....	72
3.6	Compréhension logico-physique : formalisation .....	73
3.6.1	Présentation des résultats .....	73
3.6.2	Analyse des résultats de Julien .....	76
3.6.3	Analyse des résultats d'Alex .....	76
 <b>SEPTIÈME CHAPITRE – DISCUSSION .....</b>		<b>78</b>
1.	RÉSUMÉ DES RÉSULTATS .....	78
2.	COMPARAISON AVEC RÉSULTATS DES AUTRES ÉTUDES .....	81
2.1	Difficultés des élèves par rapport aux paliers de compréhension .....	81
2.2	Types d'erreurs commises .....	83
3.	LIMITES DE L'ÉTUDE .....	87

4. HYPOTHÈSES SUR L'ACQUISITION DU CONCEPT DE FRACTION CHEZ LES ÉLÈVES DYSPRAXIQUES .....	88
--	----

<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>	<b>90</b>
--	-----------

<b>ANNEXE A – LISTE DE MOTS-CLÉS .....</b>	<b>96</b>
--	-----------

<b>ANNEXE B – CONSENTEMENT DES PARENTS .....</b>	<b>97</b>
--	-----------

<b>ANNEXE C – TÂCHES .....</b>	<b>99</b>
--------------------------------	-----------

<b>ANNEXE D – VERBATIM DE JULIEN .....</b>	<b>106</b>
--	------------

<b>ANNEXE E – VERBATIM D'ALEX .....</b>	<b>115</b>
---	------------

## LISTE DES FIGURES

Figure 1 - Ensemble de nombres .....	12
Figure 2 - Schéma du développement du concept de fraction chez l'enfant .....	27
Figure 3 - Modèle constructiviste de la compréhension .....	30
Figure 4 - Compilation des résultats de Julien et d'Alex .....	80
Figure 5 - Compilation des résultats de Julien et Alex (version adaptée) .....	81
Figure 6 - Compilation des résultats des élèves des autres études .....	82

## INTRODUCTION

L'intégration dans les classes régulières des élèves en difficulté est une politique de plus en plus présente dans la société québécoise. La formation des maîtres et des formations dans les écoles sont mises en place de façon à outiller les enseignants à faire face à cette réalité, tout en aidant les élèves à s'intégrer efficacement dans les classes (Rousseau et Bélanger, 2004). Des lois déterminent aussi les moyens qui sont mis en place pour venir en aide aux élèves en difficulté. La *Loi sur l'instruction publique* stipule que l'école doit :

[...]mettre l'organisation des services éducatifs au service des élèves handicapés ou en difficulté en la fondant sur l'évaluation individuelle de leurs capacités et de leurs besoins, en s'assurant qu'elle se fasse dans le milieu le plus naturel pour eux, le plus près possible de leur lieu de résidence et en privilégiant l'intégration à la classe ordinaire (Ministère de l'Éducation du Québec, 2000, p. 23).

Pour aider les élèves en difficulté, certaines ressources sont disponibles dans les écoles. Parmi celles-ci, l'orthopédagogue intervient avec ces élèves afin de soutenir l'enseignant et d'aider l'élève à bien cerner différents concepts. Toutefois, une étude menée par Fontaine (2008) relève que les orthopédaques ne travaillent pas beaucoup le domaine des mathématiques avec les élèves. D'ailleurs, cette étude note que les orthopédaques ont très peu de formation continue sur ce sujet, ce qui limite le soutien qu'ils peuvent apporter aux enseignants dans ce domaine.

Alors, les enseignants ont de plus en plus d'élèves en difficulté dans leurs classes (Rousseau et Bélanger, 2004; MELS, 2007), mais se retrouvent avec un manque de ressources pour les aider, notamment en mathématiques. Ils doivent donc se débrouiller par eux-mêmes pour aider les élèves à développer les différents concepts mathématiques, mais aussi pour reconnaître la présence de certains troubles dont la dyspraxie, ce trouble moteur qui se manifeste dans plusieurs sphères, notamment dans l'apprentissage scolaire. Dans les classes, nous avons pu observer que plusieurs élèves dyspraxiques semblent avoir de la difficulté en mathématiques. Ces élèves tendaient à avoir une moins bonne compréhension

du concept de fraction et à confondre les différents sens de la fraction, ce qui nous a amené à vouloir vérifier cet aspect de manière scientifique.

Dans cette recherche, nous allons nous intéresser au concept de fraction qui semble poser problème pour plusieurs élèves rencontrés dans nos classes. Celui-ci sera défini afin de cerner les difficultés rencontrées chez les élèves. Par la suite, des hypothèses seront soulevées par rapport à l'acquisition du concept de fraction chez les élèves dyspraxiques. En ce qui concerne la méthodologie, des entrevues seront réalisées afin de voir comment les élèves dyspraxiques gèrent certaines tâches liées au concept de fraction à la suite de quoi une analyse question par question permettra de trouver des éléments de réponse aux questions préalablement établies.

## **PREMIER CHAPITRE**

### **LA PROBLÉMATIQUE**

#### **1. LE POINT DE DÉPART DU PROJET DE RECHERCHE**

Dans les classes, j'ai souvent rencontré des élèves éprouvant de grandes difficultés en mathématiques, notamment avec certains concepts comme la géométrie ou les fractions. Il m'apparaît donc important de bien connaître les domaines à l'étude afin de mettre en place des interventions efficaces auprès de mes élèves. Dans ma courte expérience d'enseignement, j'ai dû travailler avec plusieurs élèves dyspraxiques. J'ai pu constater que les enseignants semblent très peu connaître ce qu'est la dyspraxie et comment intervenir efficacement auprès de ces élèves. Selon mes observations, les élèves dyspraxiques semblaient avoir beaucoup de difficultés en mathématiques. Je me suis donc demandé comment les élèves dyspraxiques comprenaient certains concepts. Chez les élèves dyspraxiques que j'ai rencontrés, le concept de fraction était parmi ceux qui semblaient les plus complexes. Il me paraît pertinent d'aller vérifier si les élèves dyspraxiques présentent des difficultés supplémentaires aux autres élèves face à l'acquisition du concept de fraction.

#### **2. PERTINENCE DE L'ÉTUDE**

À l'école primaire, le domaine des mathématiques est perçu comme étant une « source importante de développement intellectuel [et] un élément déterminant de la réussite scolaire » (Ministère de l'éducation du Québec, 2002, p. 124). Par contre, lors d'une étude menée auprès d'orthopédagogues du Québec (Fontaine, 2008), il ressort que peu d'orthopédagogues travaillent ce domaine avec les enfants parce que le français est considéré comme une matière plus importante et dont les difficultés sont plus criantes que celles liées aux mathématiques (*Ibid.*). Les élèves en difficultés reçoivent donc des services et des mesures d'aide en lecture et en écriture, mais peu en mathématiques. Il revient alors à l'enseignant de travailler sur les différents concepts mathématiques avec ses élèves afin de s'assurer que ceux-ci sont bien maîtrisés.

Selon plusieurs études (Blouin, 2002; Hasemann, 1981; Mercier 2004), le domaine des fractions est l'une des notions mathématiques les plus complexes et les plus importantes. Il est utile dans la vie de tous les jours de bien les comprendre que ce soit pour la lecture des échelles sur les cartes géographiques ou pour comprendre les différents systèmes de mesure. Maîtriser les opérations sur les fractions permet aussi de mieux réussir les calculs algébriques, puisque la fraction est souvent utilisée pour représenter une division non complétée (Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert, 2001). Finalement, au secondaire, il sera aidant de bien maîtriser les fractions afin de travailler les racines et les puissances. Ces trois raisons expliquent, selon Rouche (1998) pourquoi l'enseignement des fractions est toujours nécessaire à l'école. Au Québec, le concept de fraction est enseigné tout au long du primaire, mais plus spécifiquement au 3<sup>e</sup> cycle au cours duquel la lecture et l'écriture des fractions est travaillée par différentes représentations, par la comparaison de fractions équivalentes ou non et par des tâches où l'élève doit placer en ordre croissant ou décroissant un ensemble de fractions (Ministère de l'Éducation du Québec, 2002). C'est aussi à ce cycle que le passage aux nombres décimaux et aux pourcentages est effectué.

Finalement, la dyspraxie est un trouble peu documenté dans la littérature. Selon le DSM-IV (2000), ce trouble moteur interfère significativement avec les activités quotidiennes et la réussite scolaire des élèves, mais peu d'études ont appuyé cet énoncé. Cette présente recherche vise à vérifier certaines hypothèses liées aux difficultés scolaires des élèves dyspraxiques afin d'en connaître un peu plus sur cette réalité.

En plus de faire un état actuel de la recherche en éducation dans le domaine des fractions et celui de la dyspraxie, l'état de la recherche permettra de mieux définir les différentes terminologies utilisées dans le cadre de cet essai, mais aussi de dégager les difficultés liées au concept de fraction. Certains modèles théoriques seront aussi exposés, dont le modèle de Bergeron et Herscovics (1989) qui sera utilisé pour la présente étude.



### 3. ÉTAT DE LA RECHERCHE

Pour faire un état de la situation en recherche pour le domaine de la fraction et le trouble dyspraxique, nous avons mené une recension d'écrits. Pour effectuer la recension d'écrits, nous avons choisi de procéder en 2 étapes. Puisque le thème des difficultés liées au concept de fraction et celui de la dyspraxie ne semblent pas avoir été exploités ensemble dans la littérature, aucun résultat n'était trouvable dans les banques de données pour les 2 thématiques regroupées, et ce, même si nous utilisions des mots-clés plus généraux comme les mathématiques et la dyspraxie. Nous avons donc choisi de trouver des articles sur chacun des 2 sujets et ensuite de les mettre en relation.

La recherche d'études a été effectuée sur les banques de données ERIC, PsychInfo, SocIndex, ProQuest, Science Direct et FRANCIS de même qu'à partir des bibliographies des études retenues et des contacts avec les auteurs. Les mots-clés choisis pour la recension d'écrits (Annexe A) pour traiter du sujet de la fraction sont : fraction, nombres rationnels, difficultés mathématiques de même que leurs équivalences en anglais. Pour trouver des articles sur la dyspraxie, les termes suivants ont été recherchés : trouble moteur, trouble de l'acquisition de la coordination, trouble du développement moteur, dyspraxie et leurs équivalents anglais.

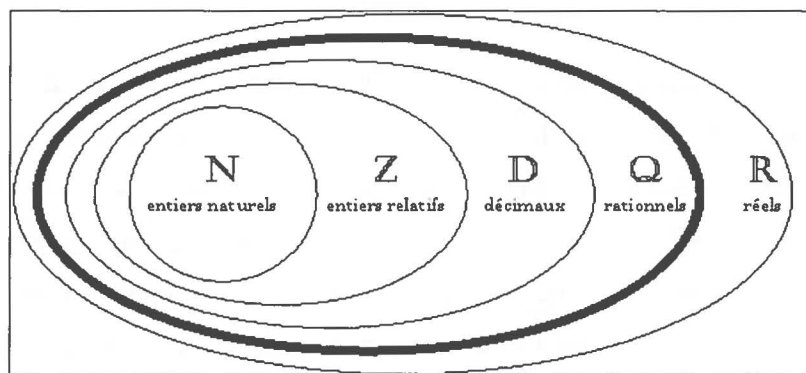
Pour que les articles trouvés soient retenus, ceux-ci devaient répondre aux critères suivants : a) être en lien avec les difficultés liées au concept de fraction ou à la dyspraxie, b) porter sur des élèves du primaire ou du début du secondaire, c) être rédigés en français ou en anglais. Puisque ces thèmes sont peu abordés dans la littérature, les critères de sélection sont inclusifs afin de ne pas rejeter d'études qui pourraient avoir des conclusions intéressantes pour l'essai.

Suite à cette recension d'écrits, il a été possible d'élaborer une définition des différents concepts. De plus, faire l'état de la situation quant aux connaissances actuelles

permettra de mieux définir l'importance de la présente étude et de mieux comprendre les notions traitées.

### 3.1 Définition des nombres rationnels

Les nombres rationnels se définissent comme étant des nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction (Poirier, 2002). Cet ensemble de nombre inclut les entiers naturels, les entiers relatifs et les nombres décimaux, comme le montre la figure suivante sur les ensembles de nombres.



**Figure 1 :** Ensembles de nombres (Côté, R. (dir.) (2002). *Leximath : lexique mathématique de base*. Montréal : Beauchemin (1<sup>re</sup> éd. 1991)).

Un nombre rationnel est un nombre qui est la solution de l'équation  $b \cdot x = a$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers et  $b$  est non nul (Poirier, 2002; Smith, 2002). Le nombre rationnel, solution de l'équation, se retrouve sous la forme d'une fraction  $a/b$  où  $a$  représente le numérateur et  $b$  le dénominateur. La fraction est une forme d'écriture d'un nombre rationnel.

Les nombres rationnels servent à mesurer des quantités ou des grandeurs (Boulet, 1993). La diversité des formes d'écriture permet de déterminer la représentation la plus juste selon la mesure utilisée.

### 3.2 Les différents sens attribués à la fraction

Différents sens peuvent être donnés à une fraction selon le contexte et la tâche choisis. Ces différents sens se révèlent par le contexte du problème. Kieren (1976) associe cinq sens différents à la fraction, soit partie d'un tout, mesure, quotient, ratio et opérateur. Ce modèle est encore souvent cité dans les écrits sur les fractions. Toutefois, plusieurs auteurs ont critiqué celui-ci (Sinicrope and Mick, 1992; Behr, Lesh, Post and Silver 1983 *In* Mercier, 2004), car ils le trouvent difficile à comprendre et considèrent que certains sens se recoupent. À la suite d'une recension de 14 articles, Mercier (2004) a, quant à elle, défini neuf sens de la fraction :

1) Avec le sens « nombre », la fraction exprime un nombre. Il se manifeste généralement dans les tâches de comparaison de fractions celles d'opérations arithmétiques, par exemple.

2) Avec le sens « rapport » la fraction exprime la relation qui existe entre deux quantités. Par exemple, pour la même fraction  $2/5$ , le 2 représentera un nombre d'unités prises pour chaque ensemble de 5 unités. Toutefois, ce sens peut se représenter d'une autre façon, soit 2 unités prises pour chaque 5 unités différentes prises, par exemple 2 filles pour 5 garçons.

3) Avec le sens « partie-tout », la fraction exprime la relation entre un tout homogène ou continu et un nombre de parties liées à ce tout. Elle est liée au fractionnement de l'unité. Par exemple, dans un contexte de relation partie-tout, dans la fraction  $2/5$ , le 2 représente le nombre de parties sélectionnés sur un tout séparé en 5 parties égales.

4) Avec le sens « partie d'un ensemble », l'expression de la fraction diffère du sens « partie-tout » par l'unité à laquelle il réfère. Alors que dans le sens précédent, l'unité était une grandeur continue (un objet), dans celui-ci, il s'agit plutôt d'une grandeur discrète (un ensemble).

5) Avec le sens « mesure », la fraction exprime une relation avec l'entier de la même unité, par exemple le  $1/4$  d'une tasse. Ici, le  $1/4$  est donc en étroite relation avec son entier, soit la tasse complète. Elle est donc en lien avec le sens partie-tout. La mesure peut

aussi exprimer 1 part de mesure pour 4. Dans ce cas, elle est en étroite relation avec le sens rapport.

6) Avec le sens « nombre sur une droite numérique », la fraction exprime une mesure de longueur. Elle permet de réaliser des tâches qui nécessitent de situer la fraction par rapport à d'autres fractions ou à des entiers sur la droite numérique.

7) Avec le sens « quotient », la fraction exprime le résultat d'une division.

8) Avec le sens « opérateur », la fraction exprime les deux opérations liées à la fraction, soit d'abord la division en parties égales d'une unité et ensuite la multiplication de cette fraction par un nombre. Elle est nommée « opérateur » puisqu'elle permet d'agir sur une grandeur quelconque. Ce sens est utilisé lorsqu'une tâche consiste à trouver une fraction d'un nombre entier ( $\frac{3}{4}$  de 75, par exemple) ou encore dans un procédé géométrique comme une homothétie. Le nombre agit maintenant comme une transformation et non plus comme une quantité.

9) Avec le sens « probabilité », la fraction permet d'évaluer les chances liées à un événement, par exemple dans une tâche où il est demandé de quantifier les chances d'obtenir une boule rouge dans un ensemble constitué de 3 boules rouges et de 7 boules noires. Ce sens est lié fortement au sens « rapport ».

Dans le cadre de cette étude, cette terminologie a été choisie puisqu'elle permet de bien délimiter les sens possibles que l'on peut donner à la fraction et permettra de choisir une tâche pour favoriser un sens plutôt qu'un autre. Elle permettra aussi d'analyser les réponses des élèves en fonction des sens qu'ils utiliseront pour résoudre les problèmes proposés.

### 3.3 Les difficultés liées au concept de fraction

Pour Smith (2002), il n'y a pas de concepts plus riches, difficiles à comprendre et à enseigner que les fractions, les ratios et les proportions. Plusieurs études mentionnent les difficultés liées à l'apprentissage des fractions (Adjage et Pluvinau, 2000; Blouin, 2002; Boulet, 2002; Hasemann, 1981; Mercier, 2004). Tous ces auteurs s'accordent sur trois

aspects : la confusion, chez les élèves, entre les nombres rationnels et les entiers, les difficultés liées aux différentes représentations possibles des fractions ainsi que le fait que les différents sens de la fraction ne sont pas tous maîtrisés également chez les élèves. Ces difficultés seront discutées plus en profondeur afin d'en avoir une bonne compréhension.

### 3.3.1 *Confusion entre les entiers et les nombre rationnels*

La notion de fraction serait difficile à maîtriser parce qu'elle « doit tenir compte de deux éléments à la fois » (Picard, 1992, p. 30), soit du numérateur et du dénominateur et que l'enfant doit comprendre la relation qui existe entre ces deux nombres. Cette façon de représenter un nombre diffère de celle apprise par les élèves dans le cas des nombres naturels, des entiers et des décimaux, ce qui peut représenter un obstacle cognitif. C'est ce qu'illustre l'exemple suivant : à la question « Qu'est-ce qu'une fraction ? », deux élèves de 6<sup>e</sup> année ont mentionné qu'« une fraction, c'est deux chiffres un en dessous de l'autre » (Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert, 2001, p. 10). De plus, lorsque les chercheurs ont sélectionné six élèves parmi 20 pour un entretien, aucun n'a rejeté l'idée mentionnée précédemment. Bien que la définition donnée par les élèves soit en lien avec l'écriture de la fraction, le problème ici est le fait que ces élèves considèrent la fraction comme étant deux nombres distincts et non un seul. Ainsi, ces élèves transfèrent leurs connaissances des nombres entiers aux fractions, ce qui a pour conséquence qu'ils ne considèrent pas les fractions comme étant un nombre, mais bien comme deux nombres distincts. Cette façon de penser nuit à la compréhension du concept de fraction, notamment face à la relation entre le numérateur et le dénominateur. D'ailleurs, dans une étude menée par Post (1981 In Blouin, 2002), 55% des élèves traitaient les numérateurs et les dénominateurs indépendamment, comme s'il s'agissait de nombres entiers, dans l'opération  $\frac{12}{13} + \frac{7}{8}$  et répondaient  $\frac{19}{21}$ .

De plus, le dénominateur peut porter à confusion puisque les représentations ne peuvent pas nécessairement être comparées entre elles. En effet, la fraction  $\frac{1}{2}$  ne peut être identifiée à une seule image, puisqu'elle est en relation avec le tout qu'elle accompagne.

Elle peut être représentée de différentes manières. Ainsi, dans les deux figures présentées ci-dessous, même si la fraction  $\frac{1}{2}$  est représentée dans les deux cas, elle fait référence au tout qui l'accompagne (Ball, 1990). Elle est donc relative.



L'élève doit bien comprendre le principe de la relativité puisque, contrairement aux nombres entiers avec lesquels il a travaillé pendant son primaire, les fractions peuvent s'illustrer d'une infinité de manières. Cela fait appel au critère de l'abstraction défini par Boulet (1993) comme étant la triple invariance de la fraction, soit l'invariance par rapport au mode de fractionnement, au choix particulier des parties ou bien à la grandeur ou à la forme du tout (*In* Naghibi, 2008).

Aussi, lorsqu'on a un nombre fractionnaire, par exemple  $1\frac{2}{5}$ , cela peut aussi amener des difficultés supplémentaires puisque l'élève doit comprendre ce que l'entier signifie par rapport à la fraction qui y est associée. Dans l'exemple donné, l'enfant doit comprendre que le 1 représente  $\frac{5}{5}$ . Cela amène une confrontation avec les connaissances antérieures des enfants.

Finalement, les élèves auront tendance à croire que la multiplication rend les fractions plus grandes et la division les fractions plus petites, car ils transfèrent leurs connaissances apprises avec les entiers positifs (Naghibi, 2008). Toutes ces raisons rendent donc l'apprentissage des fractions complexe.

### 3.3.2 *Difficultés liées aux différentes représentations*

Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert (2001) ont montré que les élèves maîtrisent peu de représentations autour de la notion de fraction. Une des raisons est que l'exemple de la pointe de tarte semble fréquemment utilisé en classe pour montrer ce qu'est une fraction, mais les élèves ne reconnaissent pas nécessairement d'autres exemples de fractions. Ainsi, lorsqu'ils doivent opérer sur les fractions sur d'autres types de représentations comme la droite numérique, ou dans des collections, par exemple, qui peuvent amener des difficultés différentes, ils sont moins habiles à travailler avec ces représentations. L'utilisation de la droite numérique ressort comme étant généralement peu acquise chez les élèves du 3<sup>e</sup> cycle (Adjage et Pluinage, 2000; Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert, 2001).

L'exemple de la pointe de tarte semble être celui qui est largement favorisé par les enseignants, alors que les auteurs s'entendent sur le fait que la connaissance de plusieurs registres est favorable à une compréhension globale des sens de la fraction (Adjage et Pluinage, 2000; Mercier, 2004; Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert, 2001). Ainsi, il est pertinent de montrer différentes représentations (droite numérique, ensemble, tous variés).

### 3.3.3 *Difficultés liées à la compréhension des différents sens de la fraction*

Tout d'abord, le fait que la fraction puisse revêtir plusieurs significations amène une difficulté supplémentaire pour les élèves. En effet, il leur est ainsi plus difficile de bien la comprendre puisqu'une même fraction peut être interprétée différemment, selon le contexte (Picard, 2002). Une bonne maîtrise des différents sens est donc nécessaire afin d'en dégager une compréhension globale et efficace.

Selon les études consultées, bien que le sens partie d'un tout de la fraction semble relativement bien maîtrisé par la réussite de tâches favorisant le sens partie-tout, certains sens le sont moins. En effet, Adjage et Pluinage (2000) rapportent que le sens mesure ne semble pas totalement maîtrisé pour les élèves de la fin du primaire. C'est aussi la

conclusion à laquelle viennent Charalambos, Charalambous et Pitta-Pantazi (2007). Dans son analyse des différents manuels scolaires, Mercier (2004) rapporte que le sens mesure est celui qui est le moins exploité dans cet outil d'enseignement. Nous pouvons alors nous demander si les élèves arrivent à bien le maîtriser quand même. D'ailleurs, dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2002), aucun des savoirs essentiels présentés ne fait explicitement mention du sens mesure alors que les sens partie d'un tout, division et rapport sont clairement identifiés. Il semble y avoir un manque de ce côté dans le programme de même que dans les outils présentés aux élèves, soit les manuels scolaires. Par contre, lorsque les élèves doivent donner un exemple dans lequel on utilise les fractions dans la vie de tous les jours, les élèves mentionnent à 56% un exemple lié au sens mesure (Mercier, 2004, p. 74).

Ainsi, la confusion entre les différents sens peut être présente chez les élèves. Un manque d'exposition aux différents sens de la fraction limite la compréhension de ce concept. Les enseignants auraient avantage à utiliser des contextes favorisant l'utilisation de différents sens de la fraction pour aider les élèves à avoir une compréhension globale du concept.

### 3.3.4 Conclusion

Les difficultés mentionnées précédemment sont liées au fait que peu de représentations et de sens de la fraction sont exploités, mais aussi à la confusion possible entre les connaissances liées aux nombres entiers et aux nombres rationnels. Il est donc possible de distinguer deux sources de confusion soit celles intrinsèques à l'élève et celles liées à l'enseignement. Afin d'atténuer les difficultés des élèves, il serait pertinent d'exploiter plusieurs sens et plusieurs types de représentations afin que les élèves aient une compréhension globale de ce concept. Puisque Mercier (2004) rapporte que les manuels scolaires ne sont pas complets en soi pour permettre cette diversité, il importe que l'enseignant utilise différents moyens afin d'arriver à contrer ces manques.



### 3.3.5 *Les limites des études présentées*

La comparaison des différentes études mentionnées précédemment permet d'établir les difficultés générales des élèves en lien avec le concept de fraction. Ainsi, le sens partie d'un tout est celui qui est le plus maîtrisé chez les élèves, alors que les sens mesure et rapport le sont moins (Adjage et Pluvinau, 2000; Blouin, 2002; Boulet, 1993; Mercier, 2004). Toutefois, selon les conclusions de Mercier (2004), il est important de placer l'élève dans différents contextes et devant différentes tâches afin de repérer les sens qu'il met en œuvre. Bien que les difficultés liées au concept de fraction puissent avoir différentes origines comme l'enseignement, les manuels scolaires ou encore le fait que les élèves ont de la difficulté à maîtriser ce concept à cause de sa complexité (Picard, 2002), il a été difficile de documenter les difficultés que peuvent rencontrer les élèves à besoins particuliers, notamment les élèves dyspraxiques. Même si, comme le rapporte Schmidt (2002), les difficultés sont généralement les mêmes chez les élèves en difficultés et les élèves réguliers, nous faisons l'hypothèse que certains groupes d'enfants peuvent tout de même avoir des obstacles supplémentaires dans l'acquisition de ce concept. Ce pourrait être le cas, entre autres, des élèves dyspraxiques pour qui leur trouble moteur pourrait ajouter une difficulté supplémentaire à cette notion déjà très complexe.

## 3.4 **Problématique de la dyspraxie**

Depuis plusieurs années, la pédagogie de l'inclusion scolaire fait partie du système scolaire québécois. En effet, depuis l'élaboration du rapport COPEX (Ministère de l'Éducation du Québec, 1976), le gouvernement recommande que les élèves en difficulté soient le plus possible intégrés dans les classes régulières. Ainsi, les enseignants doivent composer avec les besoins particuliers de certains élèves et en connaître les caractéristiques afin de pouvoir intervenir efficacement auprès de ceux-ci.

Au cours des dernières décennies, les définitions d'élèves en difficulté ont été souvent révisées (Rousseau et Bélanger, 2004). La terminologie EHDAA est maintenant

utilisée pour qualifier les élèves handicapés ou encore ceux éprouvant des difficultés d'apprentissage ou d'adaptation (MELS, 2007). Les élèves ayant des difficultés d'apprentissage sont définis comme étant ceux :

[...] dont l'analyse de [la] situation démontre que les mesures de remédiation mises en place, par l'enseignante ou l'enseignant ou par les autres intervenantes ou intervenants durant une période significative, n'ont pas permis à l'élève de progresser suffisamment dans ses apprentissages pour lui permettre d'atteindre les exigences minimales de réussite du cycle en langue d'enseignement ou en mathématique conformément au Programme de formation de l'école québécoise » (MELS, 2007, p.24).

Par ailleurs, les élèves étant définis comme handicapés sont ceux qui présentent un diagnostic précisant la nature du trouble dont ils sont atteints. De plus, les limitations ou les incapacités découlant de ce trouble restreignent ou empêchent les apprentissages conformément au *Programme de formation de l'école québécoise*. Finalement, des mesures doivent être mises en place pour permettre de réduire les inconvénients liés aux limitations résultant du trouble (MELS, 2007).

Finalement, la catégorie des élèves présentant une difficulté d'adaptation regroupe ceux qui présentent un trouble de comportement relevé par une évaluation psychosociale et démontrant que l'élève a des difficultés d'adaptation « se manifestant par des difficultés significatives d'interaction avec un ou plusieurs éléments de l'environnement scolaire, social ou familial » (MELS, 2007, p.24).

Une des caractéristiques principales des élèves handicapés est le facteur irréversible du trouble dont ils sont atteints. Comme le décrit la définition du Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, il est primordial de mettre en place des interventions pour réduire les effets des limitations dues au trouble. Parmi les troubles d'apprentissage les plus fréquents, on retrouve la dyslexie, la dysphasie et la dyspraxie. Alors que le premier est lié à la lecture et le second à la parole, la dyspraxie est un trouble moteur qui se caractérise par sa présence dans toutes les sphères de la vie (DSM-IV, 2000). Puisque la dyspraxie se caractérise par sa

présence dans différentes sphères, il y a lieu de se demander comment ce trouble pourrait se manifester dans les apprentissages scolaires. Le National Joint Committee of Learning Disabilities (1981) est le seul organisme qui semble définir clairement le lien entre la dyspraxie et les apprentissages scolaires en mentionnant que la dyspraxie est répertoriée dans la catégorie des troubles spécifiques des acquisitions scolaires.

Parmi les difficultés auxquelles peuvent être confrontés les élèves dyspraxiques en mathématiques, relevons l'aspect moteur qui est souvent sollicité dans ce domaine. Puisque les élèves dyspraxiques sont confrontés à des limitations liées à leur trouble, il y a lieu de se questionner par rapport aux difficultés que peuvent rencontrer ces élèves dans un domaine aussi complexe que celui des mathématiques. Précédemment, nous avons souligné que le concept de fraction ressort comme étant un concept difficile à acquérir pour les élèves. Ces deux constats amènent à se demander si les élèves dyspraxiques éprouvent des difficultés supplémentaires liées au concept de fraction dues à la présence de ce trouble.

Tout d'abord, notons que la dyspraxie est un trouble moteur, nommé généralement « trouble d'acquisition de la coordination », qui se caractérise spécifiquement par quatre critères diagnostiques (DMS-IV, 2000). Tout d'abord, l'enfant doit avoir un retard dans le développement de la coordination motrice. De plus, ce retard rend difficile ou empêche la réalisation d'activités quotidiennes et affecte les résultats scolaires. Pour qu'un diagnostic soit posé, ce retard ne doit pas être associé à une maladie motrice comme la paralysie cérébrale ou la dystrophie. Finalement, pour les personnes ayant un retard mental, les difficultés motrices doivent être plus grandes que celles généralement retrouvées dans ce type de maladie. Ces quatre critères permettent à un médecin spécialiste de diagnostiquer si un enfant présente ou non une dyspraxie.

Dans les écrits, la dyspraxie porte plusieurs noms. L'American Psychiatric Association (DSM-IV, 2000) utilise le terme « trouble d'acquisition de la coordination » alors que l'Organisation Mondiale de la Santé (CIM-10, 1993), utilise plutôt l'expression « trouble spécifique du développement moteur ». Le terme dyspraxie, qui n'est utilisé qu'au

Québec et en France, vient du mot grec « dys » qui veut dire difficulté alors que praxie vient de « praxis » qui veut dire « action ordonnée vers une fin » (Pannetier, 2007). Ces actions sont généralement acquises, comme marcher ou encore lancer un ballon et nécessitent une coordination des mouvements, mais pour les enfants dyspraxiques, cette acquisition se fait difficilement ou avec un retard. Ceux-ci sont donc confrontés quotidiennement à des difficultés liées au fait que certaines praxies ne sont pas totalement acquises. Elles peuvent survenir dans toutes les sphères de la vie d'une personne, et ce, quotidiennement. Que ce soit pour l'habillement, l'alimentation, le sport ou les matières scolaires, les enfants ayant une dyspraxie sont confrontés à des obstacles (Breton et Léger, 2007, Vaivre-Douret, 2007). À l'école, les difficultés seraient plus marquées en écriture et en mathématiques (Ibid.).

#### 3.4.1 *Un état des connaissances actuelles sur la dyspraxie*

Les causes de la dyspraxie sont encore méconnues (Pannetier, 2007) bien que certaines hypothèses aient été soulevées comme une naissance prématurée ou encore un manque d'oxygène à la naissance, dans 50% des cas. Elle pourrait aussi être liée à un problème génétique ou un retard de maturation des structures cérébrales (Pannetier, 2007; Vaivre-Douret, 2007). Dans les banques de données, quelques études sont répertoriées sur ce trouble, mais elles concernent davantage l'aspect médical ou la rééducation physique (ergothérapie). Ainsi, très peu d'écrits nomment les conséquences des difficultés de ces élèves sur leur réussite scolaire. Depuis quelques années, de plus en plus d'auteurs semblent toutefois s'intéresser à ce sujet. En effet, la publication du livre de vulgarisation de Breton et Léger (2007) a permis au milieu scolaire québécois de mieux connaître la réalité des enfants dyspraxiques. Pannetier et Mazeau sont des médecins qui s'intéressent aussi à ce sujet et qui ont publié quelques ouvrages médicaux (Mazeau, 1995; Pannetier, 2007). Différents organismes comme le CanChild et l'Association québécoises des enfants dyspraxiques tentent aussi de faire connaître la réalité de ces jeunes et ainsi permettre aux intervenants de mieux comprendre ce handicap et de pouvoir intervenir efficacement auprès d'eux. Toutefois, le nombre d'études effectuées sur le terrain est peu élevé.

### 3.4.2 *Les difficultés des élèves dyspraxiques en mathématiques*

Selon les différents ouvrages consultés (Breton et Léger, 2007; CanChild, 2004; Hurtrez, 2002; St-Laurent, 2002; Vaivre-Douret, 2007), il semblerait que la dyspraxie entraîne des difficultés en mathématiques. En effet, selon ces auteurs, la dyspraxie de l'enfant affecterait aussi ses habiletés visuo-spatiales, ses capacités d'abstraction, de raisonnement et de logique, sa mémoire ainsi que ses capacités d'apprentissage (Breton et Léger, 2007; Packiam-Alloway, 2006). Ces habiletés sont nécessaires à une bonne compréhension des différents concepts mathématiques. D'ailleurs, une étude réalisée auprès de 55 jeunes dyspraxiques de 5 à 12 ans en Angleterre au cours de laquelle ils étaient soumis à différents tests, a conclu que la mémoire de travail et les habiletés visuo-spatiales de ces élèves étaient beaucoup plus faibles que chez les élèves réguliers (Packiam-Alloway, 2007). La numératie et les mesures sont aussi ressorties comme étant des aspects faibles pour ces élèves. Un des seuls ouvrages à s'être penché sur le sujet est le livre de Breton et Léger (2007), qui est un ouvrage de vulgarisation adressé aux parents d'enfants dyspraxiques. Les difficultés qui y sont mentionnées relèvent de l'expérience de l'ergothérapeute et de la vice-présidente de l'Association québécoise pour les enfants dyspraxiques, mais ne semblent pas relever d'études scientifiques. Les auteures mentionnent que « les échecs en mathématiques se manifestent rapidement dans la vie scolaire de l'enfant et tendent à s'aggraver avec les années » (p. 108). Selon les auteurs, trois types de difficultés semblent être présentes chez les élèves dyspraxiques, soit les difficultés motrices, visuo-spatiales et les difficultés d'abstraction, de raisonnement et de logique et de mémoire. Pour chacune de ces catégories, notons des exemples de difficulté auxquelles ces élèves peuvent être confrontés. Ces difficultés sont tirées des travaux des auteurs (Breton et Léger, 2007; Packiam-Alloway, 2006).

Types de difficultés	Exemples
Motrices	Difficulté à utiliser les outils, à aligner correctement ses écritures
Visuo-spatiales	Difficulté à organiser l'espace, à reproduire des dessins
Abstraction, raisonnement, logique, mémoire	Difficulté à raisonner et résoudre des problèmes (détecter les bonnes informations, analyser les données, découper la tâche en étapes)

### 3.4.3 *Le concept de fraction chez les élèves dyspraxiques*

L'acquisition du concept de fraction pourrait poser certaines difficultés chez les élèves dyspraxiques. En effet, elle requiert que l'enfant mobilise des connaissances de même que certains aspects moteurs, visuo-spatiaux et de raisonnement sont identifiés comme problématique chez ces élèves (Breton et Léger, 2007, p. 106).

Tel que vu dans la première partie de ce chapitre, les auteurs s'entendent sur l'importance de la maîtrise du sens partie-tout. Selon Mercier (2004), cela se fait en présentant différents types de représentations à l'élève afin de s'assurer qu'il ait une compréhension globale adéquate de ce sens. Parallèlement, il a aussi été constaté que les élèves ont de la difficulté à comprendre qu'il existe une grande diversité de représentations graphiques et concrètes des fractions (Mercier, 2004). D'ailleurs, le curriculum scolaire du Québec (2008) établit les deux savoirs suivants « reconnaître des fractions se rapportant à des éléments du quotidien (représentations concrètes ou imagées) » et « représenter une fraction de différentes façons à partir d'un tout ou d'une collection » comme étant les premiers à être traités dans l'enseignement des fractions au primaire. Ces deux savoirs spécifiques font appel au matériel (dessin, collection, image) pour représenter le schème partie-tout de la fraction. Les élèves dyspraxiques sont définis comme ayant des difficultés sur le plan visuo-spatial. L'acquisition de ces deux savoirs pourrait être complexe pour ces élèves puisqu'elle interfère directement avec les limitations liées au trouble.

L'acquisition du sens partie-tout ferait référence à une multitude de représentations illustrant des fractions diverses. Selon l'American Heritage Medical Dictionary (2007), les

habiletés visuo-spatiales réfèrent à la perception des relations spatiales entre les objets. Nous venons de voir que cet aspect semble plus difficile pour les élèves dyspraxiques (Breton et Léger, 2007; CanChild, 2004; Hurtrez, 2002; Vaivre-Douret, 2007). Nous pouvons nous demander si le fait que l'acquisition du sens partie-tout fait intervenir les habiletés visuo-spatiales des élèves peut entraîner des difficultés de compréhension chez les élèves dyspraxiques. Ainsi, si l'acquisition du sens partie-tout accuse un retard chez ces élèves, la conception générale du concept de fraction pourrait aussi être amputée puisque le sens partie-tout est considéré comme étant le premier qui soit acquis chez les élèves. En ce sens, il paraît donc pertinent de s'attarder à cet aspect puisque celui-ci pourrait avoir des répercussions importantes sur le développement global de l'acquisition du concept de fraction chez ces élèves.

#### 3.4.4 *Les limites des études présentées*

En ce qui concerne la dyspraxie, il y a beaucoup de lacunes dans les études. Les recherches qui ont été effectuées dans les dernières années par rapport à la dyspraxie sont surtout liées au domaine médical ou encore à celui de la réadaptation. Très peu d'études ont été réalisées en lien avec les difficultés scolaires de ces élèves. Toutefois, dans la définition du DSM-IV, le guide médical pour l'attribution d'un diagnostic, il est bien mentionné que l'élève dyspraxique présente un retard scolaire. Par contre, ce retard n'est pas défini et il devient donc difficile d'avoir accès à ces informations. Quelques études ont mis en relation les difficultés liées au domaine de la lecture et de l'écriture avec la dyspraxie (Vaivre-Douret, 2007; Ripley, 2001; Rosenblum et Livneh-Zirinski, 2008). Par contre, les études sur le domaine des mathématiques ont été introuvables. Ce domaine est peu traité, ce qui rend la présente étude pertinente dans la mesure où elle permettra de poser un regard sur cet aspect et de soulever des interrogations qui ne semblent pas apparaître dans les recherches des dernières années.

## DEUXIÈME CHAPITRE

### CADRE CONCEPTUEL

#### 1. ANALYSE CONCEPTUELLE DE LA FRACTION

Dans cette recherche, nous nous attardons à l'analyse de la compréhension du concept de fraction chez les élèves dyspraxiques. Pour ce faire, nous allons d'abord définir la compréhension générale du concept mathématique de fraction et ensuite présenter un modèle de compréhension pouvant nous permettre de mieux comprendre l'acquisition du concept de fraction.

##### 1.1 Construction du concept de fraction selon Kieren (1976) et Piaget et al. (1948)

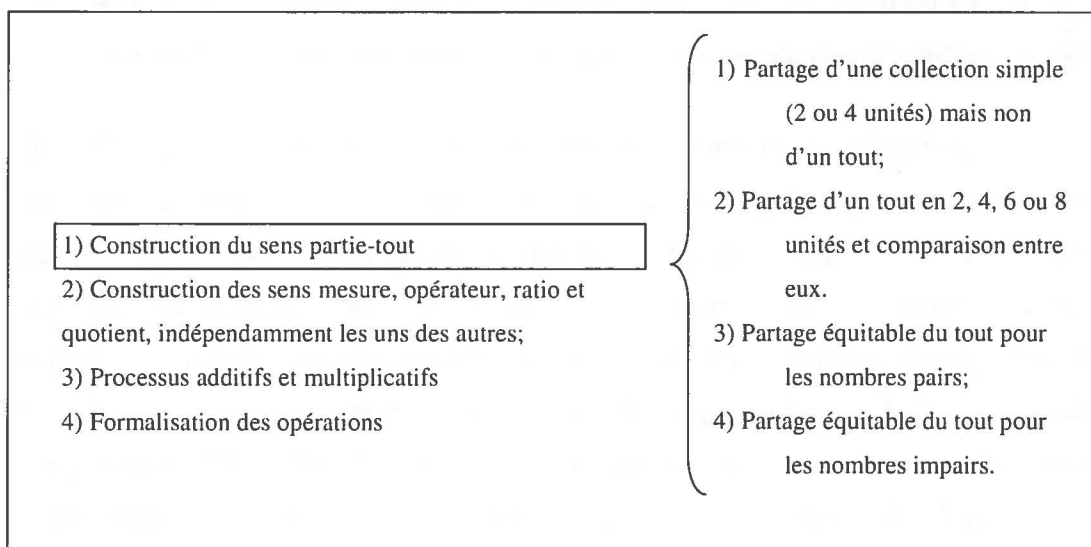
Selon Kieren (1976), l'apprentissage du concept de fraction s'effectue en différentes étapes. Tout d'abord, l'enfant est capable de construire et de représenter des fractions à l'aide d'un dessin. C'est l'élaboration du sens partie-tout. Une fois que ce sens est acquis, l'enfant apprend à développer sa conception des sens mesure, rapport, quotient et opérateur, mais de façon indépendante les uns des autres. Au troisième niveau, les processus additifs et multiplicatifs des fractions commencent à être mis en place. Ainsi, l'élève commence à comprendre comment additionner et multiplier les fractions sans nécessairement le faire à l'aide d'opérations. Ensuite, l'enfant formalise les opérations sur les nombres rationnels et les formules mathématiques qu'il utilise prennent un sens. Finalement, au dernier niveau, l'élève a acquis le concept de fraction. Ainsi, selon le modèle de Kieren, tout cet apprentissage repose sur l'acquisition du premier niveau, soit sur l'acquisition de la fraction partie-tout. Si l'élève ne maîtrise pas bien ce premier niveau, il lui sera difficile d'atteindre les niveaux supérieurs.

Dans le développement du sens partie-tout, il y a aussi certains niveaux d'acquisition. En effet, les auteurs consultés (Piaget, Inhelder et Szeminska, 1948 *In* Blouin, 2002) mentionnent que la partition d'un tout requiert la connaissance de plusieurs



notions. Tout d'abord, l'enfant doit comprendre qu'un tout est divisible, que les parties doivent être d'égales grandeurs et que le tout existe toujours, même s'il est divisé. Plus tard, Pothier et Sawada (1983 *In* Blouin, 2002) ont montré que l'enfant passe par différents niveaux dans l'acquisition du sens « partie d'un tout ». Au premier niveau, l'enfant réussit à faire des partages simples d'un tout de 2 ou 4 unités dans une collection, mais non à partager un tout en parties d'égales grandeurs. Au second niveau, l'enfant parvient à partager un tout de 2, 4, 8, ou 16 unités et comprend que les parties seront plus grandes s'il les sépare en 4 plutôt qu'en 16. Le troisième niveau représente celui auquel l'enfant a le souci de partager également son tout. Toutefois, il arrive à le faire avec les divisions répétées par deux, mais pas avec les nombres impairs. Au dernier niveau, l'enfant réussit à trouver des stratégies différentes pour séparer son tout et réussit à le faire pour les nombres impairs

Ainsi, le développement de la partition d'un tout passerait par ces différentes étapes. Certaines difficultés semblent causer des obstacles dans le développement de ce concept. L'intégration des différents modèles qui viennent d'être présentés nous a permis de construire un schéma pour représenter la façon dont le concept de fraction se développerait chez un enfant.



**Figure 2 :** Schéma du développement du concept de fraction chez l'enfant

Bien que ce modèle s'appuie sur différents écrits, il présente d'une façon plutôt linéaire l'apprentissage du concept de fraction. Or, à la lumière des informations recueillies précédemment sur l'importance de varier les sens de la fraction et les représentations visuelles, nous aurions plutôt tendance à rechercher un modèle de compréhension qui pourraient intégrer plusieurs sens ainsi que le processus dynamique qui les unit (passage d'un sens à un autre).

## 1.2 Construction du concept de fraction selon Naghibi (2008)

Le modèle de construction du concept de fraction élaboré par Naghibi (2008) s'appuie sur le modèle général de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989). Nous présenterons d'abord ce modèle général avant de présenter comment Naghibi l'a utilisé pour le concept de fraction.

### 1.2.1 *Le modèle de compréhension de Bergeron et Herscovics (1989)*

En 1988, Bergeron et Herscovics ont présenté leur modèle constructiviste dans lequel la compréhension des concepts est perçue comme un processus de construction et provient des actions posées sur des objets physiques. Le modèle de Bergeron et Herscovics présente une construction en deux paliers, ce qui le distingue des modèles précédents.

Cette construction se caractérise par deux paliers qui sont composés de critères de compréhension spécifiques à chacun des concepts traités. Ce schéma permet d'analyser plus facilement les concepts, mais permet aussi de cerner davantage où l'élève est rendu dans sa compréhension. Le premier palier concerne la compréhension des concepts préliminaires (logico-physique) et le deuxième palier décrit la compréhension des concepts mathématiques (logico-mathématique). Cette distinction entre l'univers physique et l'univers mathématique rend donc ce modèle intéressant pour l'étude de la compréhension des concepts à l'école primaire. Dans ce premier palier, il y a une hiérarchisation. Ainsi,

l'atteinte du premier niveau est nécessaire pour passer au deuxième. Voici donc les trois niveaux présentés par les chercheurs :

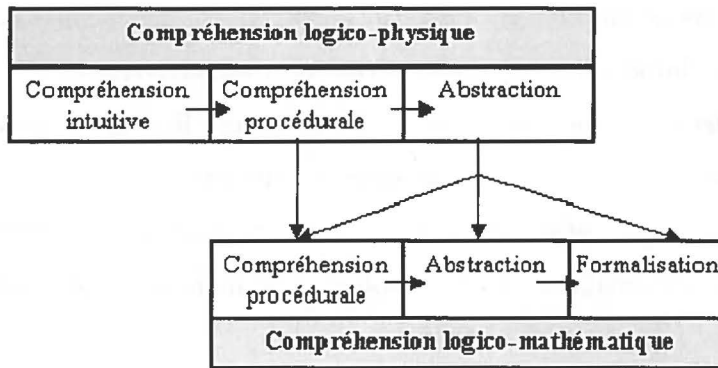
- La *compréhension intuitive* est basée sur la perception visuelle de l'enfant. Il a des connaissances informelles qui se caractérisent par des préconcepts;
- La *compréhension procédurale logico-physique* est liée aux procédures logico-physiques que l'élève relie à ses connaissances intuitives.
- L'*abstraction logico-physique* a trait à la construction d'invariants logico-physiques, à la réversibilité et à la composition de transformations logico-physiques ainsi qu'à des généralités les concernant.

Dans le deuxième palier du modèle, la compréhension et l'enseignement des mathématiques, de même que les symboles mathématiques et les manipulations numériques (sans les manipulations de matériel physique) y sont incluses:

- La *compréhension procédurale logico-mathématique* est l'acquisition des procédures logico-mathématiques que l'élève peut relier à ses concepts physiques préliminaires et peut utiliser adéquatement.
- L'*abstraction logico-mathématique* est liée à l'acquisition d'une procédure permettant de construire des notions mathématiques par la réversibilité et la composition des transformations et des opérations logico-mathématiques et leurs généralisations.
- La *formalisation* fait appel à l'axiomatisation et la preuve formelle. Cette étape est aussi associée à la construction d'une notion mathématique efficace et la compréhension des symboles mathématiques.

Il est bon de préciser que les trois éléments du premier palier ne sont pas en correspondance directe avec les éléments du second palier. À cet égard, le schéma suivant démontre bien les relations qui existent entre les différentes composantes. Nous pouvons constater qu'il est possible de passer à certaines procédures logico-mathématiques à partir

des procédures logico-physiques et que la compréhension procédurale dans la compréhension logico-mathématique peut s'effectuer sans passer d'abord par l'abstraction.



**Figure 3 :** Modèle constructiviste de la compréhension (Herscovics, N. et Bergeron, J.C. (1982). Des modèles de la compréhension. *Revue des sciences de l'éducation*, 8(3), 576-596).

Selon Héraud (1989), le modèle de ces chercheurs introduit bien ce qu'est la compréhension logico-physique, qui provient de la réflexion sur les objets physiques, et le logico-mathématique associé aux processus mis en place par l'élève lors de l'apprentissage d'un concept. Il permet de vérifier la compréhension des élèves.

Dans la présente étude, nous utilisons ce modèle pour trois raisons. D'abord, dans leur thèse, Boulet (1993) et Naghibi (2008), qui sont des études récentes et desquelles nous nous sommes inspirées, ont mis en relation le modèle de Bergeron et Herscovics avec les différentes structures du concept de fraction. De plus, le curriculum scolaire préconise une approche qui « définit l'apprentissage comme un processus actif et continu de construction des savoirs ». Ce modèle est donc tout à fait en continuité avec le mandat éducatif qui nous est donné dans les classes. D'ailleurs, ce modèle semble tout à fait adaptable au concept de fraction. Ces différentes structures permettront de construire un outil d'évaluation adapté en fonction des différentes étapes de la construction d'un concept. Finalement, puisque Boulet (1993) et Naghibi (2008) ont déjà expérimenté ce modèle auprès d'élèves du 3<sup>e</sup> cycle et

analysé les réponses avec ce modèle, nous pourrions faire des hypothèses quant à la réussite des élèves par rapport aux différents niveaux. Selon les informations mentionnées précédemment sur la dyspraxie, nous pourrions supposer qu'un élève dyspraxie ait des difficultés au niveau de la compréhension intuitive et de la compréhension procédurale autant logico-physique que logico-mathématique puisque ce sont les deux niveaux qui touchent l'aspect visuo-spatial de même que les procédures, aspects qui seraient problématiques selon les auteurs chez cette clientèle.

### 1.2.2 *Le modèle de Bergeron et Herscovics appliqué au concept de fraction*

Naghibi (2008) a élaboré une version adaptée du modèle de Bergeron et Herscovics (1998) en s'appuyant sur différentes sources, autant celles qui s'y sont intéressés au point de vue mathématique que celles qui se sont arrêtés aux points de vue psychologique ou didactique. Naghibi s'est surtout attardée au sens partie-tout pour l'élaboration de son modèle en s'inspirant aussi des premières ébauches faites par Boulet (1993).

#### 1.2.2.1 La compréhension logico-physique de la fraction

Pour ce qui est de la *compréhension intuitive*, Naghibi (2008) retient quatre critères, soit la perception de l'existence de parties plus petites que le tout, la présence des notions d'équipartition et de choix qui est à la base du partage équitable, la capacité d'estimer le caractère équitable d'un partage et la connaissance d'un vocabulaire de base (moitié, demi) de manière qualitative. La *compréhension procédurale logico-physique* serait représentée par trois critères : l'enfant réalise les équipartitions de manière physique, compare deux fractions appartenant à un même tout de manière physique (par la superposition, le recours à des mesures conventionnelles ou non) et est capable d'ordonner des parties d'un même tout. L'*abstraction logico-physique* comporte, quant à elle, six critères soit : la conservation de la relation partie-tout, l'invariance de la relation partie-tout par rapport à la grandeur ou à la forme du tout, la réversibilité du partage, la reconnaissance de la relation inverse entre le nombre et la taille des parts, la reconnaissance de relations partie-tout (l'idée de choix) et

la maîtrise de la composition d'équipartitions (par exemple, partager en 2 puis en 3 pour obtenir un partage en 6).

#### 1.2.2.2 La compréhension logico-mathématique de la fraction

Ici, la *compréhension procédurale logico-mathématique* est décrite par trois critères : l'habileté à réaliser des procédures d'équipartition par le recours à la quantification, la capacité de représenter une fraction donnée par le choix d'un certain nombre de parties et la capacité à trouver la fraction d'un tout représentée par une partie donnée (par exemple lorsqu'on demande à l'élève de trouver la fraction représentée par un dessin). L'*abstraction logico-mathématique* reprend les critères de l'abstraction logico-physique, mais on ne parle plus de relation entre partie-tout, on utilise plutôt le terme fraction. Dans cette composante, l'élève comprend que deux représentations différentes d'une même fraction sont possibles. La fraction devient peu à peu un nombre. Finalement, les cinq critères associés à la *formalisation* sont la définition de la fraction comme un nombre par l'écriture symbolique (2 quarts s'écrit  $2/4$ ), l'écriture standard et les représentations plus spécifiques comme la droite numérique, la capacité d'ordonner des fractions données symboliquement et l'habileté à utiliser la multiplication ou la division du numérateur et du dénominateur par un nombre pour trouver des fractions équivalentes. Finalement, le dernier critère concerne l'habileté à appliquer le vocabulaire et l'écriture liés au concept de fraction.

Ainsi, le modèle présenté par Naghibi (2008) met bien en relation le modèle de Bergeron et Herscovics (1989) avec le concept de fraction, et plus spécifiquement, du sens partie-tout de celle-ci. Nous utiliserons les travaux de Naghibi dans la présente étude.

### 1.3 Utilisation du modèle de Bergeron et Herscovics dans le cadre de cette étude

Il a été précisé précédemment que ce modèle a déjà été jugé pertinent par plusieurs études sur le concept de fraction. En effet, Boulet (1993), Mercier (2004) et Naghibi (2008)

ont utilisé ce modèle d'interprétation pour étudier le concept de fraction chez les élèves. Ces auteurs ont jugé que ce modèle était pertinent pour l'étude des fractions puisque « il ne considère pas la compréhension en termes de modes ou modalités, mais plutôt dans le contexte d'un processus de construction cognitive, celui de la formation de concepts (Naghibi, 2008, p. 53) ». Ainsi, nous pourrions comparer nos résultats à ceux de ces chercheurs.

#### 1.4 Limites du modèle

Bien que le modèle soit pertinent, il n'est toutefois pas parfait. Le modèle nous permet d'identifier les différentes composantes de la compréhension du concept, mais ne nous permet pas de comprendre comment les élèves développent ce concept. Cette limite est d'ailleurs rapportée par Boulet (1993). Dans ce modèle, les opérations sur les fractions ne sont pas intégrées. Toutefois, dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons à la compréhension du concept de fraction sans entrer dans les problématiques associées aux opérations. Ainsi, ce modèle conviendra à notre travail.

## TROISIÈME CHAPITRE

### QUESTION ET OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

#### 1. PRÉSENTATION DE LA QUESTION DE RECHERCHE

Comme il a été mentionné précédemment, la présente recherche vise à vérifier si les élèves dyspraxiques ont des difficultés liées au concept de fraction différentes de celles des autres élèves. Pour ce faire, elle tentera de répondre à la question de recherche suivante : Quelles sont les difficultés que les élèves dyspraxiques du 3<sup>e</sup> cycle du primaire rencontrent dans la compréhension du concept de fraction ?

#### 2. PRÉSENTATION DES OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Pour répondre à cette question, trois objectifs seront visés :

- 1) Décrire la compréhension du concept de fraction chez les élèves dyspraxiques du 3<sup>e</sup> cycle avec le modèle d'Herscovics et Bergeron.
- 2) Relever les types d'erreurs commis par les élèves.
- 3) Confronter les difficultés des élèves dyspraxiques avec les difficultés mentionnées dans la littérature et les réponses des élèves réguliers.

Les informations recueillies précédemment permettent de poser l'hypothèse que les élèves dyspraxiques éprouvent des difficultés avec le concept de fraction, notamment dû au fait que les habiletés visuo-spatiales sont un aspect qui semble problématique chez ces élèves et que celui-ci est particulièrement présent dans l'enseignement d'au moins un sens de la fraction (sens partie d'un tout). Conformément à ce qui a été mentionné plus tôt sur la dyspraxie, nous pouvons anticiper que les élèves dyspraxiques pourraient avoir plus de difficultés avec le palier logico-physique de la fraction selon le modèle de Bergeron et Herscovics (1989). En effet, nous avons parlé précédemment des difficultés visuo-spatiales des élèves dyspraxiques de même que leurs difficultés au niveau de l'abstraction et de découper les tâches en étapes. Or, ces aspects sont principalement travaillés au palier



logico-physique de la fraction. Nous pouvons donc nous attendre à ce que les difficultés soient plus grandes chez ces élèves.

## QUATRIÈME CHAPITRE

### MÉTHODOLOGIE

#### 1. LA PRÉSENTATION DES OUTILS DE COLLECTE DE DONNÉES

Puisque le but de cette étude est d'avoir accès aux processus et stratégies utilisés par les élèves, l'entrevue a été privilégiée. Cette méthode qualitative a permis de ressortir des données générales, d'explorer un sujet qui est peu exploité dans la littérature, ce qui est, selon Bouchard et Cyr (2005, p. 414), « la seule méthodologie de recherche adaptée à ces circonstances [celles décrites précédemment] ». L'entrevue s'est effectuée à partir de tâches que les élèves devaient réaliser sur le concept de fraction. La méthodologie s'est réalisée sous forme de deux études de cas. Puisque les difficultés en lecture peuvent être associées à la dyspraxie, les tâches proposées ne nécessitaient aucune lecture ou celle-ci a été faite par l'intervenant. Cette mesure a permis de limiter le biais lié à la lecture des consignes. Au cours de cette entrevue, l'élève devait réaliser des tâches par rapport aux sens de la fraction et des composantes de la compréhension du modèle de Herscovics et Bergeron. Ainsi, cela a permis d'accéder à des informations sur les processus et les stratégies utilisés par les élèves. L'entrevue a été élaborée à partir de questions testées auprès d'élèves réguliers par les auteurs (Naghibi, 2008, Rosar, Van Nieuwenhoven et Jonnaert, 2001; Boulet, 1993; Mercier, 2004). L'outil est flexible puisqu'il permet de poser des questions supplémentaires aux élèves en cours d'entrevue, ce qui permet une plus grande justesse dans l'analyse des résultats. Ces tâches ont été planifiées en fonction des difficultés liées au concept de fraction mentionnées précédemment, mais aussi en lien avec le *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2002) qui élabore les savoirs essentiels qui doivent être enseignés à chaque niveau scolaire en lien avec ce concept. L'analyse des résultats a été effectuée en fonction du modèle de Bergeron et Herscovics. Nous avons établi que les tâches sélectionnées visent à solliciter les sens nombre, partie-tout, partie d'un ensemble, mesure, nombre sur une droite numérique et quotient. Ces sens seront touchés puisque les élèves de 3<sup>e</sup> cycle devraient en avoir une bonne connaissance. Toutefois, les sens rapport, opérateur et probabilité ne le seront pas puisqu'ils sont davantage abordés au secondaire.

## 2. L'ÉCHANTILLON DE LA RECHERCHE

Puisque l'enseignement de l'ensemble des savoirs liés au concept de fraction se fait surtout au 3<sup>e</sup> cycle, il apparaissait pertinent d'aller vérifier ce concept chez les élèves de 3<sup>e</sup> cycle afin de voir quels sont les acquis à la fin du primaire. Les élèves sélectionnés font partie de la Commission scolaire de la Région-de-Sherbrooke. Puisque le but de cette étude est de vérifier certaines hypothèses, un échantillon de deux élèves dyspraxiques de 3<sup>e</sup> cycle a été pertinent. Pour que ces élèves soient considérés comme étant dyspraxiques, ils devaient détenir un diagnostic médical. La sélection des participants s'est faite à partir d'un échantillon de convenance. La participation des élèves était libre et nécessitait l'approbation des parents (Annexe B).

## 3. LA MÉTHODE D'ANALYSE DES DONNÉES

En ce qui concerne le premier objectif, la compréhension des élèves a été déterminée par l'acquisition des différents niveaux du modèle de Bergeron et Herscovics (1988) et selon les travaux de Naghibi (2008), Mercier (2004) et Blouin (2002).

Puisqu'il s'agit d'une recherche de type qualitatif, les données ont été analysées en ce sens. Ainsi, les entrevues ont d'abord été transcrites à la suite de quoi une analyse tâche par tâche a été faite afin d'en ressortir les points saillants. Suite à ce devis transversal, l'élaboration des faits saillants a été réalisée de même que le recours à certaines citations pour venir appuyer les propos. Cette analyse a permis de ressortir les types d'erreurs fréquents, ce qui répond au deuxième objectif.

Finalement, lorsque les difficultés des élèves dyspraxiques ont été analysées, il a été possible de confronter celles-ci avec à celles mentionnées dans la littérature, ce qui a permis de répondre au troisième objectif. Ainsi, cela a permis de vérifier la pertinence des hypothèses mentionnées au début de la recherche.

#### 4. LE CALENDRIER DE LA RECHERCHE

L'expérimentation a été élaborée en mars et avril 2011. Cette date a été sélectionnée parce qu'il est important que les élèves aient passé la période de début d'année au cours de laquelle les notions de l'année précédente sont revues. D'ailleurs, les enseignantes ont été en mesure de fournir de l'information sur ces élèves qu'elles connaissaient bien à ce temps de l'année. Ainsi, dès le début du mois de décembre 2010, la recherche de candidats s'est effectuée à partir de contacts d'enseignants du primaire. Les mois de janvier et de février ont été consacrés à l'envoi d'autorisations parentales et à la prise de rendez-vous avec les enseignants. Après avoir réalisé ces deux étapes, l'analyse des données a été effectuée, ce qui a permis de compléter l'essai pour décembre 2011.

## CINQUIÈME CHAPITRE

### DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Dans cette partie, nous présenterons les tâches proposées aux élèves en fonction du modèle de Bergeron et Herscovics (1989) et des travaux de différents chercheurs de même que la justification des différents choix qui ont été faits.

#### 1. ÉLABORATION DU NIVEAU ATTENDU POUR LES ÉLÈVES CIBLÉS

Dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2002) et dans le guide sur la *Progression des apprentissages au primaire* (MELS, 2008), on retrouve les différents savoirs qu'un élève du troisième cycle devrait avoir acquis sur le concept de fraction. Ainsi, l'élève devrait être capable d'associer une fraction à une partie d'un tout ou d'une collection (4<sup>e</sup> année), d'ordonner des fractions (4<sup>e</sup> à 6<sup>e</sup> année), de situer des fractions sur une droite numérique (5<sup>e</sup> et 6<sup>e</sup> année), de vérifier l'équivalence entre deux fractions (3<sup>e</sup> à 6<sup>e</sup> année). Au troisième cycle, les opérations sur les fractions sont introduites de même que le passage entre les fractions, les décimaux et les pourcentages.

Selon les auteurs consultés précédemment et les ouvrages de référence du gouvernement, au troisième cycle, le sens fraction-nombre devrait être maîtrisé. De plus, les sens mesure, rapport, quotient et opérateur devraient être fonctionnels. Pour pouvoir travailler les opérations sur les fractions au troisième cycle du primaire, les élèves devraient être capables de bien représenter les fractions dans un tout et dans une collection, pour un nombre de parts pairs et impairs. Ils devraient aussi être capables de reconnaître des fractions équivalentes. La comparaison de fractions devrait pouvoir s'effectuer entre 0,  $\frac{1}{2}$  et 1 de même qu'entre deux dénominateurs identiques. Selon Mercier (2004), le sens mesure est le moins maîtrisé chez les élèves, ainsi nous devrions retrouver cette constante dans notre analyse. Finalement, il serait normal que l'élève ne parvienne pas à bien maîtriser la fraction sur une droite numérique puisque c'est un apprentissage qui est en cours au

troisième cycle. Toutefois, si sa conception de la fraction est adéquate, il devrait réussir à utiliser cet outil.

## 2. ÉLABORATION DE L'ENTREVUE

Pour l'entrevue réalisée auprès des élèves dyspraxiques, plusieurs tâches ont été proposées aux élèves afin de vérifier leur compréhension des sens de la fraction et d'identifier les processus qu'ils utilisent pour répondre aux questions. Les sens nombre, partie-tout, partie d'un ensemble, mesure, nombre sur une droite numérique et quotient ont été traités lors des différentes tâches. Les sens rapport, opérateur et probabilité n'ont pas été pris en compte puisqu'ils sont généralement traités davantage à la fin du 3<sup>e</sup> cycle et au début du secondaire, ce qui ne correspond pas à l'échantillon sélectionné. Pour chacune des composantes du modèle de compréhension de Herscovics et Bergeron (1989), nous avons décidé que les tâches les plus complexes seraient présentées au début de l'entrevue afin de limiter les biais dus aux effets d'apprentissage, comme le suggère Nantais (1992). Les tâches suivantes ont été choisies en lien avec les éléments du *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2002) et elles ont été analysées en fonction du modèle de Bergeron et Herscovics (1989), de l'adaptation de ce modèle pour le concept de fraction par Naghibi (2008) et par les résultats des travaux des différents auteurs.

### 2.1 Compréhension logico-physique : intuition

Pour cette partie, nous avons choisi deux tâches qui font intervenir le sens partie-tout. Les deux tâches viennent des travaux de Boulet (1993). La première permettra de vérifier la « perception d'équipartition et de choix » (Naghibi, 2008, p.61). Dans cette question, deux cercles sont divisés différemment et l'élève doit mentionner si les morceaux sont égaux dans les deux cas. La difficulté à anticiper pour cette question est que l'élève ne voit pas que dans le 2<sup>e</sup> cercle les parties ne sont pas égales.

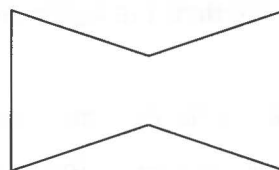


La deuxième question fait quant à elle référence à la « capacité d'estimer visuellement le caractère équitable d'un partage » (Naghibi, 2008, p.61), plus précisément au fait de reconnaître que les morceaux sont égaux, peu importe où ils se trouvent. Dans cette question, le cercle est encore la figure qui a été choisie. La difficulté à anticiper ici est que l'élève ne reconnaisse pas que les parties sont égales dans le cercle.

## 2.2 Compréhension logico-physique : compréhension procédurale

Pour cette section, deux questions ont été sélectionnées. Elles font toutes deux intervenir le sens partie-tout. L'une d'entre elle provient des travaux de Naghibi (2008) alors que la seconde est de Boulet (1993). La première question vise à évaluer « l'habileté à effectuer des équipartitions » (Naghibi, 2008, p.61).

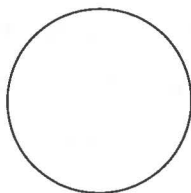
*Partie-tout : Imagine que la figure ci-dessous soit un gâteau. Tu veux partager ce gâteau entre toi et trois de tes amis. Sur la figure, hachure ta part (Naghibi, 2003, p. 101).*



Nous avons choisi cette question parce qu'elle contient une forme irrégulière. Ainsi, nous pourrions analyser les stratégies utilisées par l'élève dans un cas comme celui-ci. La plus grande difficulté à anticiper est la complexité que pourrait avoir l'élève de trouver une stratégie pour séparer efficacement la figure en 4 parties égales. Il risquerait alors de faire une équipartition « à peu près ». Il est aussi possible qu'il fasse d'autres erreurs, comme de

ne pas tenir compte du nombre de personnes (toi et trois de tes amis) ou encore d'oublier d'hachurer une part.

*Partie-tout : Voici une pizza à partager entre toi et deux de tes amis. Comment vas-tu effectuer le partage ? (Boulet, 1993, p. 81)*



La deuxième question vise aussi à vérifier l'habileté à effectuer un partage, mais dans une situation différente, soit la partition d'un cercle. Tout d'abord, le fait que la fraction soit  $\frac{1}{3}$  au lieu de  $\frac{1}{4}$  complique la tâche. La forme du cercle pousse l'élève à trouver des stratégies pour le séparer équitablement. Ce sont précisément ces stratégies que nous voulons voir intervenir. La principale difficulté liée à cette tâche sera de partager équitablement le cercle en trois parties. Par contre, la manière dont l'élève procédera pourra nous renseigner sur sa compréhension procédurale. Nous ne nous attendons pas à une partition parfaite, mais à un souci de séparer en trois parts relativement égales.

### 2.3 Compréhension logico-physique : abstraction

Dans cette catégorie, nous avons sélectionné deux questions qui devraient faire intervenir le sens partie-tout. La première question est une question orale, sans dessin, qui demande à l'élève s'il est mieux de partager une barre de chocolat en 2 ou en 4. Elle vise donc à vérifier la « reconnaissance de la relation inverse entre le nombre et la taille des parts » (Naghibi, 2008, p.61).

*Partie-tout : Martin et Mathieu veulent partager une barre de chocolat entre eux. Dans une demi-heure, deux autres amis viendront les rejoindre et si on attend, il faudra diviser le chocolat en quatre parties égales. Pour que Martin et Mathieu puissent en avoir plus, est-il*



*mieux qu'on la partage maintenant ou qu'on attende les amis ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 139).*

La fraction choisie par l'auteur se veut simple afin de permettre à l'élève d'atteindre le critère visé. Les difficultés possibles se situent au niveau de l'explication de l'élève. Il peut aussi y avoir une confusion liée aux nombres entiers (puisque 2 est plus petit que 4, l'élève croit que ce sera mieux de séparer en 4 morceaux).

Une deuxième question a été annulée en cours d'entrevue puisque nous avons réalisé qu'une mauvaise traduction a fait perdre le sens de la question.

#### **2.4 Compréhension logico-mathématique : compréhension procédurale**

La prochaine section comprend cinq questions. Parmi celles-ci, les deux premières font intervenir le sens quotient, la troisième et la cinquième, le sens mesure et la dernière fait plutôt appel au sens partie-tout.

La première question est tirée des travaux de Mercier (2004) et demande à l'élève de séparer cinq biscuits entre trois enfants. Ils doivent ensuite dire combien de biscuits chaque enfant va avoir. Cette question vise « l'habileté à effectuer le partage d'un tout par dénombrement ou division numérique » (Naghibi, 2003, p.62).

*Quotient : Si 5 biscuits sont séparés également entre trois enfants, combien de biscuits chaque enfant aura-t-il ? Explique. (Mercier, 2004, p. 31)*

La pertinence de cette question est ici qu'aucun support n'est donné à l'élève. Il doit de lui-même trouver une stratégie pertinente : dessin, schéma ou division, pour trouver la réponse à sa question. La principale difficulté peut être liée aux nombres (5 biscuits entre trois enfants) ou au processus de division si l'élève utilise celui-ci.

La question de Boulet (1993) est très semblable en ce sens que l'élève doit maintenant séparer 3 pizzas en six personnes. Toutefois, on demande ici à l'élève combien de morceaux chaque personne recevra. L'élève doit donc répondre en termes de morceaux et non de fractions. De plus, le nombre de morceaux dépend de la séparation qu'il aura faite. En effet, s'il sépare les pizzas en deux, il y aura moins de morceaux par personne que s'il les sépare en quatre. Ici, nous cherchons davantage une logique. Nous voulons voir le procédé utilisé par l'élève pour arriver à la réponse. Ainsi, la grosseur des morceaux ne sera pas non plus un aspect considéré. Dans l'étude de Boulet, seule la réponse était analysée.

*Quotient : Six personnes se séparent 3 pizzas. Combien chaque personne recevra de morceaux ? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 84)*

Dans la question sur le sens mesure, l'élève doit dessiner un segment représentant le  $\frac{1}{4}$  du segment dessiné. Cette question s'inspire des travaux de Mercier (2004) et permettra de vérifier « l'habileté à effectuer le partage d'un tout par mesure » (Naghbi, 2003, p. 62) comme d'autres questions de cette entrevue. Toutefois, la pertinence de celle-ci est surtout liée au fait que le tout est un segment, ce qui rend la tâche moins familière à ce que les élèves voient habituellement. Ainsi, on ne demande pas ici de séparer le segment en 4, mais plutôt de dessiner un segment qui représente le  $\frac{1}{4}$  de l'unité.

*Mesure : Le segment suivant représente l'unité :* \_\_\_\_\_

*Dessine un segment qui représente le  $\frac{1}{4}$  de cette unité. (Mercier, 2004, p. 32)*

Les stratégies utilisées par l'élève seront un aspect pertinent à considérer. Il peut s'agir ici de la mesure, du pliage ou autre. La principale difficulté est possiblement le fait que le segment n'a pas une mesure en nombre naturel. En effet, le segment mesure 4,4 cm afin d'éviter que l'élève ne mesure simplement 1 cm et qu'il associe  $1 \text{ cm} = \frac{1}{4}$ . La mesure peut donc rendre la tâche un peu plus complexe.

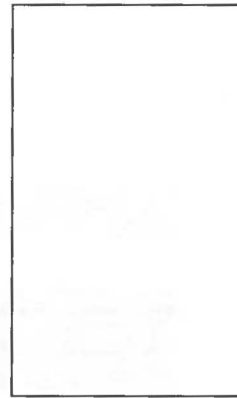
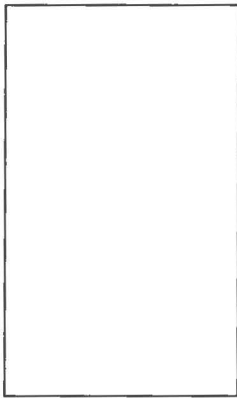
La prochaine question concerne le sens partie-tout et vise « l'habileté à trouver la fraction du tout représentée par une partie » (Naghibi, 2003, p. 62). Cette question est tirée des travaux de Naghibi (2003). Elle a été choisie principalement parce qu'elle est en lien avec différentes fraction communes ( $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$ ). La difficulté principale de cette question est le fait que certaines séparations ne sont pas visibles. Ainsi, l'élève qui ne maîtrise pas l'équipartition des fractions pourrait se fier simplement aux lignes qu'il voit. Les réponses ne seraient ainsi pas justes.

*Partie-tout : Quelle fraction de chaque figure est colorée ? (Naghibi, 2003, p. 114)*



Finalement, nous avons choisi d'ajouter une question liée à la mesure dans cette question car nous n'en avons pas trouvé de semblable dans les écrits. Comme nous savons que le sens mesure est l'un des moins exploités en classe et des moins bien réussis, nous croyons que la majorité des élèves de 3<sup>e</sup> cycle auraient de la difficulté à y répondre. Toutefois, afin de dresser un portrait global des élèves, nous tenions à les mettre en action dans ce type de question. Cette question vise l'habileté à effectuer le partage d'un tout par mesure. Dans celle-ci, les élèves doivent marquer où se trouverait le  $\frac{1}{4}$  de litre dans une bouteille qui représente  $\frac{1}{2}$  litre. Dans la seconde bouteille, ils doivent tracer encore le  $\frac{1}{4}$  litre, mais cette fois dans une bouteille qui contient 1 litre. Finalement, ils doivent tracer où se trouverait le  $\frac{1}{10}$  de décimètre sur une règle qui en vaudrait 1 décimètre. La principale difficulté de cette question est que l'élève n'arrive pas à placer correctement le  $\frac{1}{4}$  de litre dans la bouteille de  $\frac{1}{2}$  litre. Pour cette raison, nous avons mis une seconde bouteille afin que l'on demande à l'élève si c'est possible que la marque soit au même endroit même si la bouteille n'a pas la même capacité.

- a) Si la bouteille suivante représente  $\frac{1}{2}$  litre d'eau, marque où se trouverait le  $\frac{1}{4}$  de litre.
- b) Si la bouteille suivante représente 1 litre d'eau, marque où se trouverait le  $\frac{1}{4}$  de litre.
- c) Si la règle suivante représente 1 décimètre, où se situe le  $\frac{1}{10}$  de décimètre ?



## 2.5 Compréhension logico-mathématique : abstraction

Cette section comporte trois questions inspirées des travaux de Naghibi (2003) qui font intervenir le sens partie-tout. La première question permet de vérifier la « réversibilité de partage » (Naghibi, 2003, p.62) en reconstruisant un tout à l'aide d'une part. Elle correspond au niveau de l'abstraction logico-mathématique.

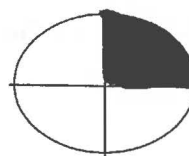
*Partie-tout : Je suis le  $\frac{1}{3}$  d'un biscuit. Dessine le biscuit entier. (Naghibi, 2003, p. 135).*



Pour cette question, il y a plusieurs difficultés à anticiper. Tout d'abord, l'élève doit comprendre que l'entier doit contenir 3 parties et ne pas faire 3 carrés supplémentaires à celui qui est déjà présent. Aussi, il doit tenir compte de l'unité déjà présente afin de faire d'autres unités de grandeur similaire. Finalement, il doit tenir compte du contexte, soit un biscuit. Ainsi, ses parts doivent être enlignées et non complètement séparées comme un ensemble.

Dans la seconde question provenant aussi de Naghibi (2003), l'élève doit dire qui a raison de dire que sa représentation est égale à  $\frac{1}{4}$  parmi trois élèves. Cette question vise principalement à vérifier la « perception de l'invariance de la fraction par rapport à la grandeur ou à la forme d'un tout » (Naghibi, 2003, p. 62).

*Partie-tout : J'ai demandé à trois personnes de représenter la fraction  $\frac{1}{4}$ . Qui a raison ? Pourquoi ?* (Naghibi, 2003, p. 135).



En effet, dans cette question, le principal piège est que les trois élèves ont raison et que les trois représentations (rectangle, carré et cercle) montrent la fraction  $\frac{1}{4}$ . La principale difficulté serait donc que l'élève ne porte pas attention à toutes les représentations et qu'il n'en nomme qu'une.

La troisième question est aussi tirée des travaux de Naghibi (2003) et cherche maintenant à vérifier la « perception de l'invariance de la fraction par rapport à son mode de fractionnement » (Naghibi, 2003, p. 62). Dans cette question, deux carrés représentent la fraction  $\frac{1}{4}$ , mais de manière différente. L'élève doit mentionner laquelle des deux représentations est la fraction  $\frac{1}{4}$ .

*Partie-tout : J'ai demandé à Sara et à Ali de colorer le  $\frac{1}{4}$  d'un carré. Sara le fait comme ça (1<sup>er</sup>) et Ali comme ça (2<sup>e</sup>). À ton avis, qui le fait correctement ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 121).*



Encore ici, l'élève ne doit pas croire qu'une seule réponse est possible parce qu'on demande quelle personne le fait correctement, mais il doit prendre le temps de regarder les deux fractionnements pour réaliser qu'ils sont égaux. La difficulté ici est que l'élève se fie à la représentation qui lui semble la plus naturelle et ne qu'il n'ait pas l'impression que la seconde est juste.

## 2.6 Compréhension logico-mathématique : formalisation

Cette dernière section comporte quatre questions. La première est liée au sens nombre sur la droite numérique, la deuxième est plutôt liée au sens nombre alors que les deux dernières sont liées au sens partie-tout. La première question tirée de Naghibi (2003) permet de voir si l'élève perçoit la fraction comme un nombre en plus de lui faire « trouver le point correspondant à une fraction sur la droite numérique » (Naghibi, 2003, p.62).

*Droite numérique : Place la fraction  $\frac{3}{4}$  sur la droite numérique (Naghibi, 2003, p. 146).*



L'élève doit placer la fraction  $\frac{3}{4}$  entre 0 et 1. S'il a une bonne connaissance de la fraction comme étant un nombre, il devrait réussir à la placer approximativement au bon endroit, ce que nous accepterions comme réponse. Nous pourrions commenter les stratégies qu'il va utiliser, notamment la mesure ou encore le recours à la segmentation en deux et ensuite en quatre. C'est d'ailleurs cet aspect qui demeure la difficulté principale. Dans l'étude de Naghibi, les élèves lisaient eux-mêmes la question. Ainsi, ils avaient accès à la représentation symbolique de la fraction  $\frac{3}{4}$ . Puisque dans notre étude nous faisons la lecture de la question, il est possible que cet aspect amène une difficulté supplémentaire aux élèves.

Dans la seconde question tirée du même chercheur (*Ibid*), l'élève doit dire laquelle de deux fractions est la plus grande. Ainsi, il doit « ordonner des fractions données symboliquement » (Naghibi, 2003, p.62). Trois séries de fractions sont présentées. Il doit trouver la plus grande fraction parmi deux ayant le même dénominateur, deux ayant le même numérateur et deux fractions simples ( $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{4}$ ).

*Nombre : Utilise le signe  $>$   $<$  ou  $=$  dans les fractions suivantes : (Naghibi, 2003, p. 162).*

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}$$

Ici, nous laissons libre l'élève d'utiliser ou non du matériel. Toutefois, sa justification sera l'aspect à considérer pour vérifier sa compréhension. Un élève possédant une bonne compréhension du sens nombre de la fraction devrait être capable de justifier ses réponses.

Par la suite, l'élève doit résoudre une question portant sur le sens partie-tout. Cette question est tirée des travaux de Boulet (1993). Dans celle-ci, une barre de chocolat est séparée en quatre parties. L'élève doit trouver combien de morceaux Alice aura mangés si elle mange le  $\frac{1}{3}$  de cette barre.

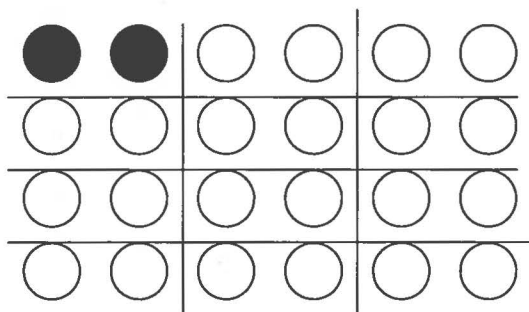
*Partie-tout : Alice a mangé le  $\frac{1}{3}$  de cette barre de chocolat, combien de morceaux a-t-elle mangés ? (Boulet, 1993, p. 72)*



Il peut ici utiliser l'idée de fractions équivalentes pour amener le tout en douzièmes ou utiliser d'autres stratégies, dont l'abstraction des lignes déjà faites. La réponse attendue serait qu'Alice a mangé 1 morceau et  $\frac{1}{3}$ . Toutefois, les stratégies utilisées seront plus riches en information que seulement la réponse donnée par l'élève.

Finalement, l'élève doit répondre à une autre question de Boulet (1993). L'élève doit mentionner la fraction représentée par un ensemble. Cette fraction correspond à  $\frac{2}{24}$  ou encore  $\frac{1}{12}$ , si l'élève a recours aux fractions équivalentes. Nous avons choisi cette question parce qu'elle est la seule à faire intervenir le sens « partie d'un ensemble » plutôt que le sens « partie-tout ».

*Partie-tout : Voici une boîte de chocolat. Supposons que tu en as mangé cette partie. Quelle fraction as-tu mangée ? (Boulet, 1993, p. 82)*





La difficulté de cette question est surtout liée au fait que la fraction est représentée par un ensemble plutôt que par un tout. Certains élèves pourraient croire qu'il est impossible de trouver une fraction correspondant à cette situation. Aussi, nous souhaitons vérifier si l'élève aura recours aux fractions équivalentes ou non et s'il parviendra à dénombrer cette collection et à l'exprimer sous la forme d'une fraction irréductible ou non.

## SIXIÈME CHAPITRE

### RÉSULTATS

#### 1. PROFIL DE JULIEN

Julien est un élève de 5<sup>e</sup> année et provient d'un milieu relativement aisé de la région de Sherbrooke. Selon les psychologues spécialisés en neuropsychologie qui l'ont évalué, il présenterait une dyspraxie légère. Parmi les adaptations et modifications proposées par l'ergothérapeute, il est conseillé d'offrir un soutien verbal à l'élève et de lui détailler la tâche en séquences claires. Les aspects graphiques ou de géométrie sont considérés par les psychologues comme étant les plus problématiques pour cet élève compte tenu de l'aspect visuo-spatial qu'elles présentent. Le diagnostic de Julien est donné depuis moins d'un an. En plus de sa dyspraxie, Julien présente aussi un trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité pour lequel il est médicamenté depuis peu. Toutefois, la dyspraxie ressort comme étant la dominante pour cet élève. Notons que Julien n'a pas fait de reprise d'année.

Avant la prise de méthylphénidate (Ritalin) pour diminuer les symptômes reliés au TDAH, les résultats de Julien en mathématiques étaient bien en-deçà de la moyenne de son groupe (identifié par le symbole MG), soit :

Résoudre des situations-problème :	41%/71% MG
Raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques :	60%/71% MG
Communiquer à l'aide du langage mathématiques :	54%/89% MG

Après avoir été médicamenté au cours de l'année scolaire, les résultats de Julien se sont améliorés pour la compétence « raisonner » à 86%, mais sont restés sensiblement les mêmes pour la compétence liée à la communication. La compétence « résoudre » n'a pas été réévaluée depuis. L'amélioration des résultats pourrait être due à la prise de médicament ou à d'autres facteurs inconnus.

## 2. PROFIL D'ALEX

Alex est un élève de 6<sup>e</sup> année et provient d'un milieu des plus aisés de la région de Sherbrooke. Il présente une dyspraxie jugée légère par les psychologues spécialisés en neuropsychologie qui l'ont évalué. À la suite de rencontres avec l'ergothérapeute, Alex a droit à un plan incliné afin de l'aider à repérer visuellement les informations sur une feuille et à un ordinateur portable en classe. Toutefois, l'enseignante me communiquait qu'il n'utilise pas ces outils puisqu'il trouve qu'ils le rendent différent des autres. Le diagnostic d'Alex est présent depuis environ 4 ans. En concomitance avec sa dyspraxie, Alex a aussi un trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité pour lequel il est médicamenté. Selon les spécialistes, son TDAH serait jugé sévère. Cet élève n'a fait aucune reprise d'année.

Nous n'avons pas pu avoir accès aux notes de cet élève, mais l'enseignante a confirmé que les résultats d'Alex sont généralement très bons en mathématiques et qu'il est au-dessus de la moyenne de son groupe.

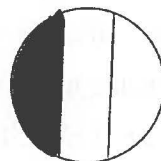
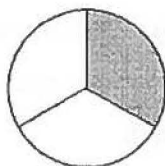
## 3. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

La présentation des résultats se fera simultanément pour chacune des questions. Par la suite, nous ferons une analyse des réponses de Julien et Alex pour chacun des critères.

### 3.1 Compréhension logico-physique : intuition

#### 3.1.1 Présentation des résultats

*Partie-tout : Il y a deux tartes, une pour toi et une pour moi. Si je mange le morceau de la première et toi celui de la deuxième, est-ce que tu as mangé autant de ta tarte que moi de la mienne ? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 77)*



Lorsque Julien regarde les deux cercles séparés différemment, il reconnaît d'abord que la partie noircie est plus grande dans le cercle de gauche que dans celui de droite. Lorsque l'intervenante lui demande s'il croit que les deux morceaux soient égaux pour vérifier s'il comprend que les morceaux doivent être égaux, il répond en disant que ça semble en effet être pas mal égal. Il répond qu'en effet, les deux fractions représentées sont de  $1/3$ , mais il continue de dire que celle de gauche est plus grande.

Lorsque cette question est posée à Alex, il répond d'emblée que « ça devrait être pas mal égal parce que elle est faite sur le long (1<sup>re</sup>) et elle est faite sur le large (2<sup>e</sup>), mais c'est la même portion ». Lorsque l'intervenante lui demande pourquoi il dit que c'est la même portion, il répond que « Ici, c'est  $1/3$  (premier cercle) et ici aussi (deuxième cercle) ». Ainsi, pour lui, la fraction est la même dans les deux cas.

*Partie-tout : Il y a deux tartes, une pour toi et une pour moi, si j'ai mangé ce morceau (1<sup>er</sup>) et toi celui-ci (2<sup>e</sup>), est-ce que tu as mangé autant de ta tarte que moi de la mienne? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 75)*



À cette question, Julien répond en affirmant que les deux pointes sont égales. De plus, il justifie son idée en précisant que c'est séparé égal et c'est la même forme. Quand l'intervenante lui demande si le fait que le morceau soit positionné ailleurs a une incidence, il répond que ça ne change rien.

Pour Alex, il ne faisait aucun doute que les deux morceaux étaient identiques. En effet, il a répondu rapidement que c'est pareil et qu'en plus, les morceaux sont de la même grosseur. Lorsque l'intervenante lui demande si le fait que le morceau ne soit pas au même endroit change quelque chose, il répond que ça ne change rien.

### 3.1.2 *Analyse des réponses de Julien*

Selon la réponse formulée par Julien, nous pouvons constater qu'il se fie à sa perception pour déduire que la figure de gauche a une plus grande superficie que celle de droite. Toutefois, il croit que la fraction  $1/3$  est représentée dans les deux cas, alors que c'est faux. Ainsi, nous pouvons croire que sa réponse repose sur sa perception visuelle des deux morceaux.

La réponse donnée par Julien pour la deuxième question montre bien sa compréhension de l'invariance d'une fraction par rapport à son positionnement. En effet, il précise sa réponse en disant que c'est la même forme et que c'est séparé équitablement et que, peu importe le morceau choisi, ce sera égal. Ainsi, il démontre aussi une compréhension du sens partie-tout, soit l'équipartition.

### 3.1.3 *Analyse des réponses d'Alex*

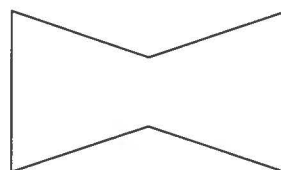
Pour la première question, Alex a de la difficulté à estimer visuellement le caractère équitable d'un partage. En effet, il ne tient pas compte du fait que la séparation n'est pas équitable, car selon son explication, la surface coloriée en noir est semblable. Il tient compte de la superficie coloriée et non de l'équipartition des séparations. Ici, il s'est fié seulement à l'aspect visuel et n'a utilisé aucune technique de vérification. Toutefois, il est vrai que les parties n'ont pas une grandeur très différente les unes des autres, ce qui peut expliquer l'erreur d'Alex.

Concernant la deuxième question, Alex a tout de suite vu que les deux parties colorées étaient identiques. L'objectif de cette question était de vérifier si l'élève reconnaissait l'égalité de deux parts sans égard à leur position dans une figure (Boulet, 1993, p. 75). Selon les réponses fournies par l'élève, il semble que cet objectif soit acquis.

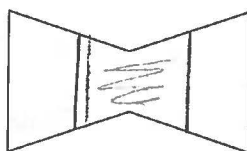
### 3.2 Compréhension logico-physique : procédurale

#### 3.2.1 Présentation des résultats

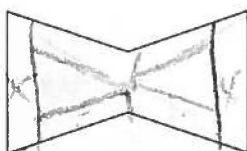
*Partie-tout : Imagine que la figure ci-dessous soit un gâteau. Tu veux partager ce gâteau entre toi et trois de tes amis. Sur la figure, hachure ta part (Naghibi, 2003, p. 101).*



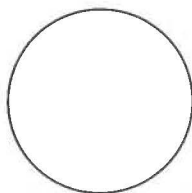
Pour résoudre la première question de cette catégorie, Julien a séparé verticalement la figure en trois. Ainsi, il s'est retrouvé avec 3 parties au lieu de 4. De plus, les parties n'étaient pas égales.



Quant à Alex, il a eu beaucoup de difficulté à résoudre ce numéro. Il a tenté plusieurs séparations, dont aucune ne permettait un partage égal des parties. La séparation finale qu'il a faite lui a donné 8 morceaux. Il se rend compte que ses lignes ne sont pas très droites et demande à calculer le périmètre. Finalement, il décide de conserver sa séparation et choisit deux morceaux qui sont visiblement les plus grands.



*Partie-tout : Voici une pizza à partager entre toi et deux de tes amis. Comment vas-tu effectuer le partage ? (Boulet, 1993, p. 81)*



Dans le prochain problème, Julien a réfléchi longuement. Quand l'intervenante l'a interrogé pour savoir ce qui l'embêtait, il a répondu que c'était vraiment très rare que ce soit séparé en trois dans un cercle. Quand elle lui a demandé s'il croyait que c'était possible de le faire, il a répondu que non. Ainsi, il n'a rien tenté comme séparation et n'est pas revenu sur sa décision après avoir vu les autres cercles, plus tard dans l'entrevue.

Alex a rapidement choisi de séparer le cercle en trois à partir du milieu (séparation correcte). Toutefois, les morceaux ne sont visiblement pas de la même grandeur, mais le type de séparation est stéréotypé comme le montre le dessin de l'enfant. Il est normal qu'un enfant ne réussisse pas à faire la partition parfaitement puisqu'elle est assez complexe à faire tel que vu précédemment par les travaux de Blouin (2002), mais Alex aurait pu séparer le cercle un peu plus équitablement. Il s'est probablement fié à une représentation très stéréotypée d'une partition en 3 d'un cercle.



### 3.2.2 *Analyse des résultats de Julien*

Certains éléments de la compréhension procédurale logico-physique de la fraction ont été plus difficiles pour Julien. Dans le premier numéro, il n'a pas tenu compte de la séparation en 4 et a séparé l'unité en 3. De plus, la séparation qu'il a faite n'était pas équitable. Nous pouvons donc dire que le numéro n'est pas réussi et qu'il ne semble pas avoir été bien compris par Julien. Par rapport à cette question, nous pouvons donc relever que Julien ne semble pas maîtriser l'habileté à effectuer des équipartitions en ayant recours à une mesure non conventionnelle. Nous soulevons plus spécifiquement qu'il a eu de la difficulté à effectuer l'équipartition du cercle.

Pour la deuxième question, Julien n'a tenté aucune partition puisqu'il croyait que ce n'était pas possible. Ainsi, nous pouvons déduire que Julien ne maîtrise pas complètement l'habileté à effectuer des équipartitions dans un cercle. Il serait pertinent de tenter le même exercice avec d'autres formes afin de pouvoir dresser un portrait plus global. En effet, la partition d'un cercle est parmi les plus complexes à faire d'abord parce que pour être exacte, elle requiert le recours au compas ou au rapporteur d'angle. De plus, nous avons vu dans la première partie de l'essai que la partition par 3 est aussi l'une des plus complexes à réaliser dans les figures. Toutefois, Alex aurait pu tenter une partition, ce qu'il n'a pas fait.

### 3.2.3 *Analyse des résultats d'Alex*

Cette question qui visait surtout à travailler « l'habileté à effectuer des équipartitions » (Naghibi, 2003, p.61) a été très difficile pour Alex. Bien sûr, le fait que la forme ne soit pas régulière était un obstacle prévisible. Toutefois, les stratégies utilisées par Alex n'ont pas été efficaces et surtout, il ne s'est pas rendu compte que sa partition n'était pas appropriée. Il a séparé la figure en 8 morceaux alors qu'il aurait pu le faire simplement en 4. De plus, les morceaux ne sont clairement pas de la même grandeur. Ainsi, nous ne pouvons pas affirmer que ce critère est réussi pour cet élève, car bien qu'il puisse maîtriser



cette habileté sur des formes plus régulières selon ses réponses précédentes, il n'arrive pas à transférer ses stratégies dans des formes plus complexes.

La deuxième question de cette partie de l'entrevue visait à évaluer le même aspect, soit l'équipartition. Dans ce numéro, nous pouvons constater qu'Alex a eu plus de facilité à séparer le cercle. Nous émettons comme hypothèse qu'il avait déjà vu un cercle ainsi divisé puisqu'il a rapidement effectué cette partition. Toutefois, il aurait pu être plus précis en divisant ses parts puisque certaines d'entre elles sont clairement plus grosses que les autres. Il aurait été pertinent d'insister auprès de l'élève pour lui demander s'il croyait que ses morceaux étaient égaux.

### 3.3 Compréhension logico-physique : abstraction

#### 3.3.1 Présentation des résultats

*Partie-tout : Martin et Mathieu veulent partager une barre de chocolat entre eux. Dans une demi-heure, deux autres amis viendront les rejoindre et si on attend, il faudra diviser le chocolat en quatre parties égales. Pour que Martin et Mathieu puissent en avoir plus, est-il mieux qu'on la partage maintenant ou qu'on attende les amis ? Pourquoi ? (Naghbi, 2003, p. 139).*

À la première question, Julien a d'abord demandé à l'intervenante dans combien de temps arrivaient les autres. Après avoir réfléchi un peu, il a répondu correctement qu'il valait mieux la partager maintenant parce que les morceaux seraient plus petits si on attend les autres.

Quand l'intervenante a posé cette question à Alex, il a répondu que c'était mieux « qu'on la partage maintenant parce que si les amis arrivent, il va falloir qu'on la partage encore plus et ils vont avoir des plus petits bouts ».

### 3.3.2 *Analyse des résultats de Julien*

Julien a répondu correctement à la première question. Il a ainsi démontré qu'il avait une bonne conscience de la « relation entre le nombre et la taille des parts ».

### 3.3.3 *Analyse des résultats d'Alex*

La première question visait à vérifier la « reconnaissance de la relation inverse entre le nombre [de personnes] et la taille des parts » (Naghibi, 2003, p. 61). Pour la question posée dans cette entrevue, nous pourrions relever qu'Alex a bien réussi cet objectif puisqu'il a su relever que plus il y a de personnes, plus les parts seront petites.

## 3.4 **Compréhension logico-mathématique : procédurale**

### 3.4.1 *Présentation des résultats*

*Quotient : Si 5 biscuits sont séparés également entre trois enfants, combien de biscuits chaque enfant aura-t-il ? Explique. (Mercier, 2004, p. 31)*

Lorsque la première question a été posée à Julien, il a tenté de résoudre celle-ci en divisant 5 par 3. Toutefois, il ne savait pas comment faire alors il a répondu spontanément que la réponse serait 2.5. Les échanges entre l'intervenant et l'élève permettront de voir les étapes de sa résolution :

E : Ben y'en aurait un qui aurait deux biscuits pis les autres en auraient une moitié chacun + 2... ben... plus 1 je pense.

I : Peut-être que tu pourrais dessiner le problème pour t'aider.

E : (dessine 4 biscuits et réfléchit longuement). Ça fait 1 et demi chacun.

I : Ok, comment tu as fait pour arriver à ça ?

E : Si tu sépares le premier, ça en donne 1, ben  $1/2$  pour 2 personnes. Si tu sépares le 2<sup>e</sup>, ça fait 1 pour une personne et 1 pour l'autre. Lui (le 3<sup>e</sup>) si tu sépares encore tu donnes 1 partie à l'autre pis... non ça marche pas (il tente de séparer les biscuits autrement). Il y en aurait un qui en aurait une partie de moins.

I : Est-ce que tu as trouvé combien chaque enfant va en avoir (de morceaux) qui sont certains. Qu'est-ce qui t'embête ?

E : Ouain ben... ceux-là (les deux derniers) je le sais pas.

I : Si on regarde juste ceux-là (les 2 premiers), est-ce que tu sais combien chaque enfant aura de morceaux là-dedans ?

E : Faudrait les séparer en trois.

I : Est-ce que ça se peut ?

E : Je pense pas.

I : Essaie de m'expliquer alors avec le dessin que tu as fait.

E : Ben y'en aurait 2 pour 2 personnes pis 1 pour l'autre.

À la fin du problème, il n'a pas réussi à trouver la bonne réponse. En effet, il arrive à une réponse qui n'est pas équitable pour tous et il a oublié un biscuit dans le traitement de sa réponse.

Lorsque le problème est présenté à Alex, il mentionne que « c'est sûr qu'ils n'en auront pas tout un au complet, il va y avoir des fractions ». L'intervenante lui propose d'utiliser la feuille pour faire des dessins. Il y a dessiné 5 biscuits et trois personnes. Il relie un biscuit à chaque personne et mentionne qu'ils en auront finalement chacun un au complet. Il sépare ensuite les deux autres biscuits en 3. Il donne alors comme réponse que chaque personne aura 1 biscuit et  $\frac{2}{3}$ . Lorsque l'intervenante lui demande comment il est arrivé à cette réponse, il répond qu'il le savait pas mal par cœur

*Quotient : Six personnes se séparent 3 pizzas. Combien chaque personne recevra de morceaux ? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 84)*

Pour la deuxième question, Julien devait séparer 3 pizzas en 6 personnes et nommer combien de morceaux aurait chaque personne. Pour ce faire, Julien a dessiné ses trois pizzas et a séparé l'une d'entre elles en 8 morceaux. Lorsque l'intervenante lui demande pourquoi il a séparé sa pizza en 8 morceaux, il mentionne qu'il voulait en faire 6 pour que chaque personne ait un morceau par pizza. L'intervenante lui demande alors de vérifier si c'est quand même possible de le faire avec 8 morceaux par pizza. Il calcule alors que chaque personne aura 1 morceau par pizza et qu'il va en rester 2 par pizza qui seront redistribués parmi les 6 personnes. L'intervenante lui demande alors combien de morceaux aura chaque personne et Julien est confus. Cela peut être dû au fait qu'on lui demande de

répondre en termes de morceaux et non de fractions. Il finit par répondre que chaque personne aura 4 morceaux et que ce sera pareil pour tout le monde. Le contexte de la pizza peut représenter ici une difficulté supplémentaire pour Julien. Lorsqu'un tel contexte est utilisé, l'élève peut avoir tendance à se fier à ses connaissances réelles de la situation et tenter de la reproduire le plus fidèlement. L'élève aura tendance à utiliser le cercle comme dessin pour représenter les fractions. Or, nous avons vu dans les questions précédentes que le cercle n'est pas facile à bien séparer en morceaux. Un autre contexte aurait pu permettre aux élèves d'utiliser davantage le carré, le rectangle ou encore une collection, ce qui aurait pu être plus facile à faire.

Pour cette question, Alex a utilisé une stratégie semblable à celle du numéro précédent. Il a dessiné les 3 pizzas et les 6 personnes. Il a rapidement vu que s'il séparait les pizzas en 2, chacun aurait la moitié d'une pizza. Il n'a pas eu besoin de tenter d'autres séparations.

*Mesure : Le segment suivant représente l'unité :*



*Dessine un segment qui représente le  $\frac{1}{4}$  de cette unité. (Mercier, 2004, p. 32)*

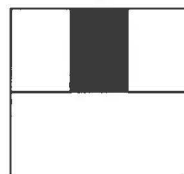
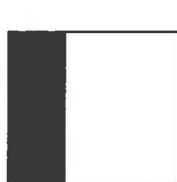
La prochaine question réfère à la mesure d'un segment. Pour répondre à celle-ci, Julien a mesuré le segment et a obtenu 4,4cm. Le recours à cette mesure permettait de complexifier la tâche et de suggérer le recours à la mesure. Toutefois, il avait beaucoup de difficulté à effectuer le partage de cette unité. L'intervenante a choisi d'enlever 4 mm afin que Julien puisse répondre à la question. Il trace correctement une ligne à 1 cm. Les difficultés de Julien semblent être davantage liées à la mesure qu'au concept de fraction ici.



Dès la lecture du numéro, Alex a utilisé sa règle pour mesurer le segment présenté. Il est arrivé à une mesure de 4,5 cm. Au départ, il a tenté de diviser 4,5 par 4 et l'a verbalisé en mentionnant « on va voir s'il en rentre 4 là-dedans ». Il n'a pas trouvé que 4 cm se divisait bien en 4. Il a plutôt tenté de trouver le  $\frac{1}{4}$  en y allant par essais-erreurs, sans mesurer le segment ni le séparer, mais plutôt à l'œil. Il a finalement refait 4 segments mesurant entre 1 cm et 1,2 cm, mais n'a pas tout à fait répondu à la question qui demandait de dessiner un seul segment mesurant le  $\frac{1}{4}$  de cette unité et non quatre segments de  $\frac{1}{4}$ .



*Partie-tout : Quelle fraction de chaque figure est colorée ? (Naghibi, 2003, p. 114)*

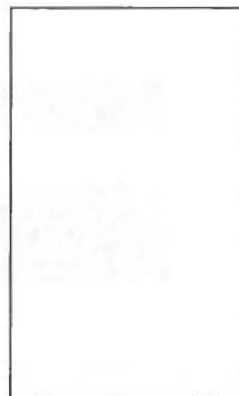


Le prochain numéro travaillait particulièrement l'habileté à trouver la fraction d'un tout. Pour ce faire, Julien devait nommer la fraction illustrée. Dans le premier cas, Julien a mentionné que la fraction était  $\frac{1}{4}$  alors qu'il s'agissait plutôt de  $\frac{1}{3}$ . Toutefois, nous ne l'avons pas interrogé davantage à ce propos. Pour ce qui est des deux autres fractions, Julien a répondu correctement qu'il s'agissait de la fraction  $\frac{3}{4}$  et de  $\frac{1}{6}$ , qu'il a calculées en séparant le tout en parties.

Cette dernière question a été plus facile à résoudre pour Alex. Il a rapidement vu que la première fraction représentée était  $\frac{1}{3}$ , que la deuxième était  $\frac{3}{4}$  et que la dernière était  $\frac{1}{6}$ . Pour le deuxième numéro, Alex a d'abord répondu  $\frac{1}{4}$ , soit la partie représentée par le rectangle blanc. Lorsque l'intervenante lui a relu la question, il a ajusté sa réponse.

Pour le dernier numéro, Alex a un peu hésité avant de dire  $1/6$ . Il a d'abord eu l'impression que deux morceaux n'étaient pas identiques. L'intervenante lui a alors affirmé qu'ils devraient l'être. Ensuite, il a mentionné que « si on enlève le noir, ça va faire juste 2 rectangles collés, mais ça ne change pas mal rien à la donne ».

- a) *Si la bouteille suivante représente  $1/2$  litre d'eau, marque où se trouverait le  $1/4$  de litre?*
- b) *Si la bouteille suivante représente 1 litre d'eau, marque où se trouverait le  $1/4$  de litre?*
- c) *Si la règle suivante représente 1 décimètre, où se situe le  $1/10$  de décimètre ?*



Pour compléter cette partie, nous avons intégré une question portant sur la mesure. Toutefois, cette question n'a pas été évaluée auprès d'autres élèves. Cette question portait sur la division d'un tout en utilisant la mesure. De plus, un autre élément présent dans cette question est la relativité du tout. En effet, dans la première bouteille, le tout représente  $1/2$

litre alors qu'il représente 1 litre dans la seconde. Pour trouver la mesure du  $\frac{1}{4}$  de litre, Julien a tout simplement calculé le  $\frac{1}{4}$  de la bouteille. Lorsque l'intervenante fait la lecture du deuxième problème où il doit alors trouver le  $\frac{1}{4}$  du litre complet, Julien fait une ligne au même endroit et confirme que « c'est pas mal la même chose ». Lorsque l'intervenante le confronte en lui demandant si le fait que la première bouteille soit de  $\frac{1}{2}$  litre et la seconde de 1 litre a une influence, Julien réitère que ce sera quand même la même chose. Il y a probablement eu confusion entre le  $\frac{1}{4}$  de la bouteille et le  $\frac{1}{4}$  de litre. Finalement, le dernier numéro portait sur la mesure de longueur. Julien devait trouver le  $\frac{1}{10}$  d'un décimètre étalon. Toutefois, le rectangle ne mesurait pas un décimètre. Julien a quand même fait une ligne à 1 cm. Cette erreur est probablement due au fait que dans la vie de tous les jours, un décimètre mesure 10 cm. Julien a probablement mesuré alors  $\frac{1}{10}$  de décimètre, soit 1 cm, sans vérifier si le tout qui était présenté mesurait bien 10 cm. L'erreur serait plutôt liée à la relativité du tout qu'à la mesure. L'élève ne s'est pas fié à la mesure réelle de la bande, mais plutôt à la réponse logique qui est de mesurer 1 cm. Nous ne pouvons pas affirmer qu'il a fait erreur puisqu'il a raison dans un contexte réel.

Pour la première partie de cette question, Alex a séparé la première bouteille environ aux  $\frac{3}{4}$ . Lorsque l'intervenante lui demande comment il a procédé, il répond qu'il a séparé la bouteille en quarts et qu'il a sélectionné la première partie du haut (celle correspondant à  $\frac{1}{4}$ ). À la lecture de la deuxième sous-question, Alex veut effacer, car il dit s'être trompé parce que la première bouteille est  $\frac{1}{2}$ , mais après réflexion il dit que ça ne change rien finalement. Il fait donc la même séparation à la deuxième bouteille et mentionne que c'est la même chose. L'intervenante lui demande alors si le fait que la première bouteille soit  $\frac{1}{2}$  litre et que la deuxième soit 1 litre, si ça change quelque chose, et il mentionne que c'est la même chose. Pour la règle, l'intervenante prévient Alex que celle-ci ne mesure pas un décimètre pour vrai. Il mesure la règle et arrive à une mesure de 15.4 cm. Il tente ensuite de séparer celle-ci en 10 morceaux, à l'œil. Ensuite, il se rend compte que ses morceaux ne sont pas de la même grosseur, alors il décide de chercher d'abord le milieu et de séparer ensuite chacune des moitiés en 2 et une autre fois, pour arriver à 8 morceaux. Finalement, il sépare deux morceaux sur les 8 pour en faire 10

morceaux en tout. Le fait que la partition par 10 n'arrive pas précisément par découpage successif en deux parties rend la tâche plus complexe.

### 3.4.2 *Analyse des résultats de Julien*

La compréhension procédurale au niveau logico-mathématique se décrit, entre autres, par l'habileté à effectuer le partage d'un tout. Dans la première question de cette section, Julien a eu beaucoup de difficulté à effectuer le partage. L'intervenante a dû lui proposer d'utiliser le dessin, et malgré cette intervention, il n'est pas arrivé à faire un dessin qui l'aide à trouver la bonne réponse. Aussi, il conclut en disant que 2 personnes auront 2 biscuits et qu'une troisième en n'aura qu'un. Il ne tient alors pas compte du fait que la partition doit être équitable. Cette question devait faire intervenir le sens quotient de la fraction. Bien que Julien n'ait pas réussi à résoudre l'opération 5 divisé par 3, ni à mettre celle-ci sous forme de fraction, nous pouvons relever qu'il a tout de même spontanément tenté d'effectuer une division. Le contexte peut avoir eu une influence sur les résultats de Julien puisqu'il est peu commun dans la vie de tous les jours de partager des biscuits.

Pour la deuxième question, Julien a répondu correctement à celle-ci en tenant compte de la séparation qu'il a faite. Par contre, en répondant 4 morceaux, nous ne savons pas comment Julien est parvenu à la réponse. Le fait que la question soit posée en termes de « morceaux » ne l'a probablement pas incité à répondre par une fraction. Il a aussi eu de la difficulté à utiliser les outils mis à sa disposition. En effet, il n'a pas séparé les trois pizzas et n'a pas utilisé de stratégies pour distribuer les morceaux parmi les personnes.

Pour dessiner un segment correspondant au  $\frac{1}{4}$  du segment présenté, Julien a eu recours à la mesure. Il a ainsi travaillé son habileté à effectuer un partage en ayant recours à la mesure. Cet aspect a été bien maîtrisé dans ce problème. Toutefois, nous pouvons constater que lorsque la mesure n'est pas une unité entière, il est plus difficile pour Julien de procéder.



La prochaine question qui demandait de nommer les fractions correspondant aux figures présentées a été bien réussie par Julien. En effet, bien qu'il se soit trompé sur la première figure, il a bien réussi à répondre aux deux autres qui étaient pourtant plus complexes.

Bien que la partie sur la mesure n'ait pas été soumise à d'autres élèves, il est quand même possible de mettre en relief certains éléments de la compréhension de Julien. Cette tâche visait surtout à vérifier si la perception de la relation entre le nombre de parts et la grandeur de la fraction unitaire était adéquate chez cet élève. Nous pouvons relever que cet aspect semble déficitaire puisque Julien n'a pas fait de lien entre la fraction et l'unité. Il s'est fié seulement à l'image alors que l'intervenante lui a clairement mentionné que la fraction de départ n'était pas la même.

### 3.4.3 *Analyse des résultats d'Alex*

Pour la première question qui visait « l'habileté à effectuer le partage d'un ensemble » (Naghibi, 2003, p. 61), Alex a utilisé le dessin après l'intervention de l'adulte. Il a dessiné 5 biscuits et trois personnes, ce qui représente bien le problème. Par la suite, il a relié un biscuit à chaque personne et a séparé les biscuits restants d'abord en 4. Ensuite, il a effacé sa réponse et a plutôt séparé les biscuits en 3. Cette procédure démontre qu'Alex semble avoir une assez bonne compréhension du problème. De plus, la stratégie utilisée est efficace et lui a permis de vérifier sa réponse, même s'il mentionne qu'il la savait par cœur. Ici, il tient compte du nombre de personnes, soit 3 pour séparer les biscuits restants. Ainsi, il peut rapidement et facilement arriver à un compte de 2 morceaux, 1 par biscuit. Il a eu recours au contexte pour trouver la solution. La stratégie utilisée est intéressante entre autre parce qu'il a commencé à traiter les entiers en répartissant d'abord les biscuits. Il a reconnu rapidement que chaque personne en aurait 1 entier.

La deuxième question visait la même habileté que la première. Rapidement, Alex a utilisé une stratégie semblable et il a compris que s'il séparait les pizzas en demies, chaque

personne en aurait une. Contrairement au numéro précédent pour lequel il a d'abord tenté une séparation, il semble avoir davantage fait de liens entre le dessin et le problème pour ce numéro afin d'en arriver rapidement à une séparation efficace.

Concernant le problème sur la mesure du segment qui visait à vérifier son « habileté à effectuer le partage d'un tout par mesure » (Naghibi, 2003, p. 62), Alex a eu plus de difficulté avec celui-ci. Il avait bien commencé en utilisant la règle pour mesurer le segment. Toutefois, il n'est pas parvenu à séparer celui-ci en 4 pour en trouver le  $\frac{1}{4}$ . Il a plutôt tenté d'y arriver par essais-erreurs, sans vérifier sa réponse. Pour résoudre ce problème, il aurait pu choisir de séparer le segment en son milieu en utilisant le pliage ou la division et ensuite en  $\frac{1}{4}$ , mais il ne l'a pas fait. De plus, Alex n'a pas répondu à la question qui demandait de dessiner un segment représentant le  $\frac{1}{4}$  de l'unité. Il a plutôt refait 4 segments de  $\frac{1}{4}$ .

La troisième question présentée dans cette section de l'entrevue visait à travailler le critère « d'habileté à trouver la partie du tout représentée par une fraction donnée » en demandant à l'élève d'identifier les fractions représentées dans trois figures. Malgré les petites hésitations d'Alex, il est parvenu à trouver correctement les fractions représentées dans les trois cas, et ce, même si des divisions n'étaient pas visibles. Ainsi, Alex ne semble pas avoir de difficulté avec cet aspect pour des fractions simples telles que celles présentées dans cet exercice.

Finalement, en ce qui concerne la question qui a été ajoutée à cette section, Alex a bien trouvé la mesure du  $\frac{1}{4}$  de litre dans la bouteille de 1 litre. Toutefois, il n'a pas réussi à trouver celle dans la bouteille du demi-litre. À la lecture de la 2<sup>e</sup> sous-question, il semblait avoir remarqué que quelque chose ne fonctionnait pas, mais lorsque l'intervenant le questionne sur la possibilité que les deux numéros donnent la même réponse, il répond que c'est possible. Ainsi, il ne parvient pas à percevoir la relation qui existe entre le nombre de parts et la grandeur de la fraction unitaire. En ce qui concerne la règle, bien qu'au départ Alex ait tenté de séparer les morceaux à l'œil, il a ensuite utilisé une bonne stratégie, soit

celle de partir du milieu. Toutefois, cette stratégie l'a mené à avoir 8 morceaux au lieu de 10. Il a alors choisi de séparer deux morceaux en 2 pour arriver à 10 morceaux. Cette stratégie ne fonctionne pas puisqu'elle ne permet pas d'arriver à un partage équitable des parts.

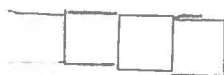
### 3.5 Compréhension logico-mathématique : abstraction

#### 3.5.1 Présentation des résultats

*Partie-tout : Je suis le  $\frac{1}{3}$  d'un biscuit. Dessine le biscuit entier. (Naghibi, 2003, p. 135).*



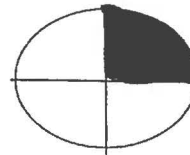
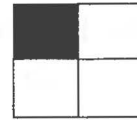
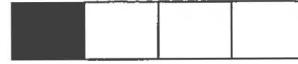
Pour répondre à la première question, Julien a d'abord fait trois morceaux identiques au premier en mesurant celui-ci. Par la suite, quand nous lui avons demandé comment il avait fait, il s'est rappelé que c'était  $\frac{1}{3}$  qui était demandé. Il a donc effacé le carré supplémentaire. Ainsi, l'élève a réussi à reconstruire le tout à partir d'une partie donnée.



Alex, lui, a rapidement fait 2 morceaux pour faire le biscuit entier. Toutefois, il n'a pas utilisé de mesure et les morceaux sont nettement de grandeurs différentes. Ce peut être dû seulement à un manque de rigueur ou encore à une incompréhension du fait que les morceaux doivent être égaux. Comme la question n'a pas été posée à Julien pour savoir s'il devait faire les morceaux de même grosseur, nous ne pouvons pas commenter cet aspect.



*Partie-tout : J'ai demandé à trois personnes de représenter la fraction  $\frac{1}{4}$ . Qui a raison ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 135).*



À la deuxième question, Julien a reconnu que les trois fractions représentaient la fraction  $\frac{1}{4}$ . Au départ, il demande toutefois à l'intervenante s'il est possible qu'il y ait plus qu'une personne. Lorsque l'intervenante le confronte en lui demandant si le fait que ce ne soit pas la même forme est important, Julien répond que ce sont quand même des parties égales et ne modifie pas sa réponse.

Quand l'intervenante a posé cette question à Alex, il a répondu que les trois avaient raison. L'intervenante l'a confronté en lui demandant si le fait que les formes soient différentes changeait quelque chose il a répondu que « en autant qu'il y ait 4 parties et qu'il y en ait une de coloriée », ce serait toujours la fraction  $\frac{1}{4}$ .

*Partie-tout : J'ai demandé à Sara et à Ali de colorer le  $\frac{1}{4}$  d'un carré. Sara le fait comme ça (1<sup>er</sup>) et Ali comme ça (2<sup>e</sup>). À ton avis, qui le fait correctement ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 121).*



Finalement, pour la troisième question de cette partie, Julien croit que la première figure représente correctement la fraction  $\frac{1}{4}$ , mais pas la seconde. En effet, il précise sa réponse en disant que la forme d'un x dans un carré ne donne pas des carrés égaux, mais plutôt des carrés égaux deux à deux (gauche-droite et haut-bas). Au départ, il dit que c'est parce qu'un des deux est en crayon-feutre et l'autre non, mais lorsque l'intervenante le questionne à savoir si le crayon-feutre change quelque chose, il confirme que c'est la manière de séparer la figure (soit en forme de x) qui fait que la figure du bas ne représente pas  $\frac{1}{4}$ . Cela nous informe que l'élève ne maîtrise pas complètement les propriétés du carré dont le fait que les diagonales d'un carré se coupent en formant quatre parties égales.

Pour cette question, Alex a répondu sensiblement la même chose que pour le numéro précédent, soit que « c'est  $\frac{1}{4}$  quand même malgré les formes ». Lorsque l'intervenante lui a demandé si le fait que la figure soit séparée en triangles plutôt qu'en carrés changeait quelque chose, il a répondu que c'était pareil.

### 3.5.2 Analyse des résultats de Julien

Bien que Julien ait réussi à répondre correctement à la première question liée à l'abstraction logico-mathématique, il est important de mentionner qu'il a d'abord dessiné 3 carrés supplémentaires pour avoir la fraction  $\frac{1}{3}$ . Ainsi, cela peut être seulement dû à une erreur ou à un oubli, mais il est aussi possible qu'il se soit fié au dénominateur, sans tenir compte du fait qu'un carré était déjà présent.

À la deuxième question, Julien a remarqué que les trois fractions représentées sont identiques, soit  $\frac{1}{4}$ . Nous relevons qu'il semble reconnaître l'invariance de la fraction par rapport à la forme ou à la grandeur d'un tout puisqu'il ajoute en plus que la forme n'est pas importante, pourvu que les parties soient égales. Lorsque la figure est la même et que le fractionnement est différent comme ce fut le cas à la troisième question, Julien semble avoir plus de difficulté à reconnaître que les parties sont égales. La superficie des morceaux présentés dans le premier carré lui semble plus grande que dans le deuxième, à cause de la manière dont le fractionnement est fait. Il serait intéressant de vérifier l'invariance de la fraction par rapport au mode de fractionnement pour ce qui est du cercle en faisant d'autres types de tâches avec Julien.

### 3.5.3 Analyse des résultats d'Alex

Cette première question visait la réversibilité de partage. Dans le cas présent, Alex a bien réussi à reconstruire le tout à partir d'une part. En effet, il a dessiné 2 autres morceaux afin d'arriver à trois au total. Toutefois, les morceaux ne sont clairement pas de la même grandeur. Ainsi, on ne peut pas mentionner qu'il a réussi à reconstruire le tout à partir d'une part puisque la notion d'équipartition n'est pas respectée.

La deuxième question permettait de vérifier la reconnaissance de l'équivalence des fractions. Alex nous a démontré une bonne compréhension générale de ce concept en nous affirmant que peu importe la forme, quand 1 part sur 4 est colorée, ce sera toujours la fraction  $\frac{1}{4}$ .

Cette dernière question a permis de valider la reconnaissance de l'équivalence des fractions pour Alex. Ainsi, nous avons pu vérifier qu'il comprend bien que peu importe la manière dont une surface est séparée, si les morceaux sont séparés de manière égale, la fraction demeurera la même.

### 3.6 Compréhension logico-mathématique : formalisation

#### 3.6.1 Présentation des résultats

*Droite numérique : Place la fraction  $\frac{3}{4}$  sur la droite numérique (Naghibi, 2003, p. 146).*



À la question sur la droite numérique, Julien devait placer la fraction  $\frac{3}{4}$  entre 0 et 1 sur une droite. Cette question visait à trouver le point correspondant à une fraction sur la droite numérique. Pour ce faire, l'élève n'a pas utilisé de règle et a placé la ligne environ au  $\frac{2}{3}$  du segment. C'est ce que nous montre son dessin :



Lorsque l'intervenante a présenté cette question à Alex, il lui a demandé si l'espace entre 0 et 1 valait bien 1. Lorsqu'elle lui a répondu que c'était le cas, il a tracé et nommé trois lignes ( $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ). Il rajoute qu'il « [a] essayé de les faire à peu près de la même grosseur ». Toutefois, les distances entre les lignes ne sont pas égales. De plus, elles sont bien loin de représenter le  $\frac{1}{4}$ , le  $\frac{2}{4}$  et le  $\frac{3}{4}$  de l'espace compris entre 0 et 1. Afin de confronter l'élève dans sa réponse, l'intervenante lui demande ce qu'il mettrait après entre le  $\frac{3}{4}$  et le 1 et il répond qu'il continuerait en mettant  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{6}{4}$  et ainsi de suite. Ainsi, le concept de l'entier dans les fractions ne semble pas être acquis puisqu'il n'a pas mis les fractions plus hautes que  $\frac{4}{4}$  après le 1. Il comprend toutefois qu'il est possible de mettre un numérateur qui soit plus grand que le dénominateur.



*Nombre : Utilise le signe  $>$   $<$  ou  $=$  dans les fractions suivantes : (Naghibi, 2003, p. 162).*

 $\frac{2}{5}$ 
 $\frac{4}{5}$ 
 $\frac{1}{3}$ 
 $\frac{1}{6}$ 
 $\frac{1}{3}$ 
 $\frac{1}{4}$ 

Dans le deuxième numéro, le critère mis en évidence était d'ordonner des fractions données symboliquement. Lorsque Julien devait identifier chacune des fractions les plus grandes, il a réussi correctement à repérer celles-ci. Lorsque l'intervenante le questionnait pour savoir comment il était parvenu à ces réponses, il justifiait en faisant appel au reste (il reste 1 morceau au lieu de 3) ou encore au nombre de fractionnements (c'est séparé en 3 au lieu de 6, donc les morceaux vont être plus gros). Pour la dernière question, il s'est aussi basé sur le dénominateur en disant que  $\frac{1}{3}$  est plus grand que  $\frac{1}{4}$ , car les morceaux seront plus petits dans la 2<sup>e</sup> partition.

Pour la deuxième question, Alex n'a eu aucune difficulté à répondre que  $\frac{4}{5}$  est plus grand parce qu'il a 4 morceaux sur 5 comparativement à  $\frac{2}{5}$  où ce ne sont que 2 morceaux sur 5. Lorsqu'on lui a demandé quelle fraction était la plus grande entre  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{6}$ , il répond que c'est  $\frac{1}{3}$  et prouve sa réponse par un dessin. Il montre alors que  $\frac{1}{3}$  représente une plus grande superficie que  $\frac{1}{6}$ . Finalement, entre  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{4}$ , Alex mentionne que c'est la même chose, soit que  $\frac{1}{3}$  est plus grand que  $\frac{1}{4}$ .

*Partie-tout : Alice a mangé le  $\frac{1}{3}$  de cette barre de chocolat, combien de morceaux a-t-elle mangés ? (Boulet, 1993, p. 72)*



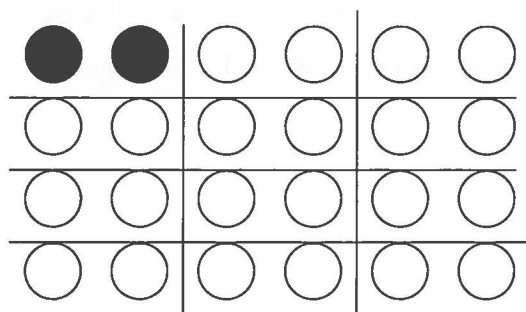
Le troisième problème présenté visait à travailler l'habileté à faire abstraction d'une partition déjà donnée et à en produire une nouvelle. Ainsi, la barre de chocolat était divisée



en 4 morceaux alors que l'élève devait trouver le  $\frac{1}{3}$  de celle-ci. Pour répondre à cette question, Julien a d'abord été embêté par la partition déjà présente. Il a ensuite séparé un des 4 morceaux en deux. Il a alors dit à l'intervenante que ce serait 1 morceau et  $\frac{1}{2}$ . Cette stratégie est d'ailleurs semblable à celle utilisée lors des questions posées sur la compréhension logico-mathématique procédurale. En effet, il ne semble pas comprendre qu'il doit séparer chacun des morceaux en 3 pour avoir le  $\frac{1}{3}$  de chacun d'entre eux. Il arrive alors à  $\frac{3}{8}$ . Nous pouvons toutefois ressortir qu'il a tout de même compris que  $\frac{1}{3}$  doit être plus grand que  $\frac{1}{4}$ .

Pour répondre à ce numéro, Alex a d'abord tenté de séparer chacun des morceaux en 2. Il en vient à la conclusion que s'il enlève un rectangle, elle en aurait mangé un sur les trois qui restent et que s'il l'ajoute, cela veut dire qu'elle en aurait mangé à peu près la moitié. Ainsi, il parvient à une réponse correspondant à 1 rectangle et demi et mentionne « [qu']il faut oublier les lignes qui sont là ». Il arrive donc à faire abstraction de la partition déjà présente.

*Partie-tout : Voici une boîte de chocolat. Supposons que tu en as mangé cette partie. Quelle fraction as-tu mangée ? (Boulet, 1993, p. 82)*



Finalement, la dernière question présentée à Julien visait à vérifier la capacité de donner symboliquement une fraction associée à une collection d'objets. Cette question a été rapidement réussie par Julien qui a dit que la fraction était  $\frac{2}{24}$ .

Pour la dernière question, Alex dénombre les morceaux et parvient à une réponse de  $\frac{2}{24}$ .

### 3.6.2 Analyse des résultats de Julien

Pour résoudre ce problème, Julien n'a pas utilisé sa règle alors qu'il l'avait fait pour plusieurs autres numéros. Toutefois, nous relevons que malgré que la fraction ne soit pas bien positionnée sur la droite numérique, elle est tout de même placée plus loin que la demie, et entre 0 et 1. Ainsi, l'élève semble démontrer une compréhension de la droite numérique et sa perception de la fraction comme un nombre semble présente.

Par rapport à la deuxième question qui visait l'ordre des fractions données symboliquement de même que la perception de la relation entre nombre de parts et grandeur d'une fraction unitaire (au niveau de l'abstraction), il démontre une bonne compréhension de cet aspect, notamment par ses explications tantôt liées au numérateur, tantôt au dénominateur, selon le contexte. Ces stratégies sont efficaces lorsque le numérateur ou le dénominateur sont identiques, mais elles ne le seront pas dans d'autres cas. Il serait alors intéressant pour cet élève de lui présenter un cas comme :  $\frac{2}{5}$  et  $\frac{3}{10}$  afin de voir quels procédés il utiliserait.

La troisième question a été plus difficile pour Julien. Il n'a pas réussi à faire abstraction de la partition déjà faite et a plutôt tenté d'opérer sur celle-ci. Ce fonctionnement n'a pas été efficace. Finalement, la dernière question semblait facile à résoudre pour Julien.

### 3.6.3 Analyse des résultats d'Alex

Pour répondre à la première question, Alex n'a pas utilisé de règle. Ainsi, les dimensions des parties ne sont pas tout à fait égales. Toutefois, il mentionne dans sa réponse qu'elles devraient l'être. Ainsi, il reconnaît que l'équipartition est essentielle, mais il ne l'applique pas. Cette question visait à « trouver le point correspondant à une fraction sur la droite numérique » (Naghibi, 2003, p. 62), mais aussi à « percevoir la fraction comme nombre » (*Ibid.*) Dans ce cas-ci, bien qu'Alex ait vérifié auprès de l'intervenante que

l'espace correspondait bien de 0 à 1, il ne s'est pas fié à l'entier pour effectuer sa partition. Ainsi, les fractions ne sont pas bien placées. L'intervenante a voulu vérifier cet aspect en le questionnant sur les fractions qui iraient dans l'espace restant et Alex a mentionné qu'il poursuivrait avec  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{6}{4}$  et ainsi de suite. Il ne semble pas faire de lien avec le fait que  $\frac{4}{4}$  représente 1 sur la droite numérique. Cela pourrait être dû à l'outil (droite numérique) utilisé.

Pour la deuxième question, Alex a utilisé un bon raisonnement et est parvenu aux bonnes réponses dans les trois cas. Il a même utilisé le dessin pour prouver sa réponse au 2<sup>e</sup> numéro.

La question sur la barre de chocolat a posé un peu plus de problèmes à Alex. Il avait une bonne logique de dire que si on enlève un rectangle, il y en aura  $\frac{1}{3}$  de colorié. Par contre, il n'a pas poursuivi cette logique en mentionnant que si on ajoute le rectangle manquant, il faudrait en conserver le  $\frac{1}{3}$ . Il a plutôt mentionné qu'il faudrait conserver la demie. Par contre, il a mentionné qu'il fallait faire abstraction des lignes déjà présentes, ce qui était l'élément que nous souhaitions vérifier dans cette question.

Finalement, Alex a réussi facilement à trouver que la fraction correspondant au dernier numéro était  $\frac{2}{24}$ . Il a répondu en utilisant comme stratégie le dénombrement.

## SEPTIÈME CHAPITRE

### DISCUSSION

Après avoir analysé les résultats de Julien et d'Alex, nous élaborerons maintenant des observations de même que des liens avec les recherches des auteurs afin de répondre à la question de recherche.

#### 1. RÉSUMÉ DES RÉSULTATS

Julien, 5<sup>e</sup> année

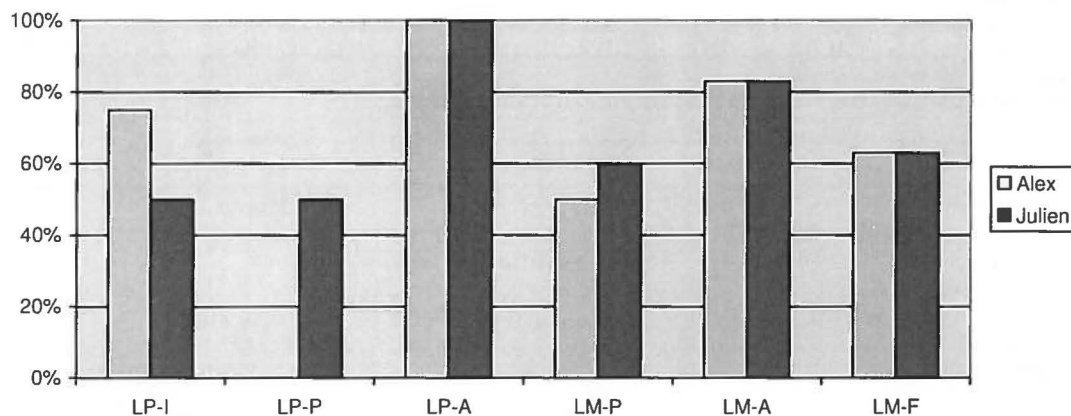
COMPRÉHENSION LOGICO-PHYSIQUE DE LA FRACTION		
Compréhension intuitive (LP-I)	Compréhension procédurale (LP-P)	Abstraction (LP-A)
#1 : Réussite partielle #2 : Réussite	#1 : Non réussite #2 : Non réussite	#1 : Réussite
COMPRÉHENSION LOGICO-MATHÉMATIQUE DE LA FRACTION		
Compréhension procédurale (LM-P)	Abstraction (LM-A)	Formalisation (LM-F)
#1 : Non réussite #2 : Réussite #3 : Réussite #4 : Réussite partielle (#5 : Non réussite)	#1 : Réussite #2 : Réussite #3 : Non réussite	#1 : Réussite partielle #2 : Réussite #3 : Non réussite #4 : Réussite

Alex, 6<sup>e</sup> année

COMPRÉHENSION LOGICO-PHYSIQUE DE LA FRACTION		
Compréhension intuitive (LP-I)	Compréhension procédurale (LP-P)	Abstraction (LP-A)
#1 : Non réussite #2 : Réussite	#1 : Réussite partielle #2 : Réussite partielle	#1 : Réussite
COMPRÉHENSION LOGICO-MATHÉMATIQUE DE LA FRACTION		
Compréhension procédurale (LM-P)	Abstraction (LM-A)	Formalisation (LM-F)
#1 : Réussite #2 : Réussite #3 : Non réussite #4 : Réussite (#5 : Non réussite) <sup>1</sup>	#1 : Réussite partielle #2 : Réussite #3 : Réussite	#1 : Non réussite #2 : Réussite #3 : Réussite partielle #4 : Réussite

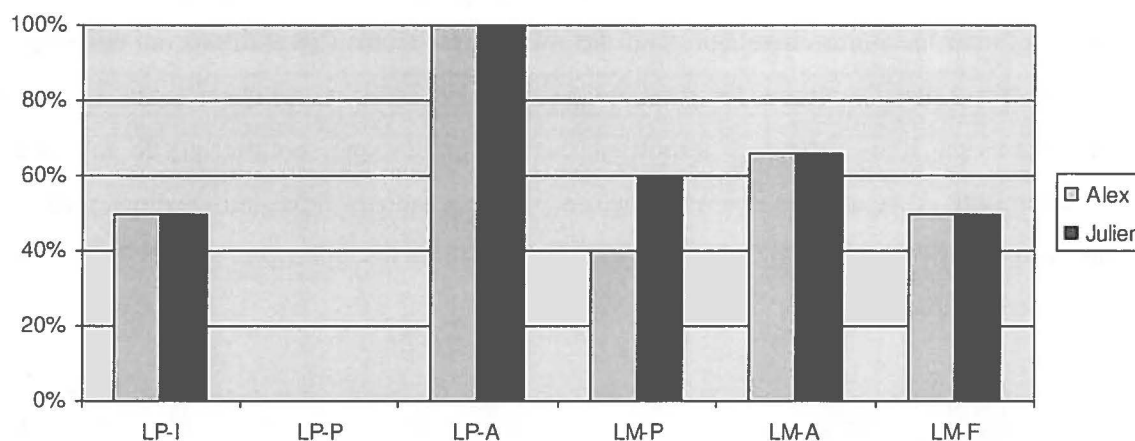
Afin de dégager un maximum d'informations des résultats obtenus, nous avons tenté de regrouper ceux-ci sous forme d'un graphique. Nous avons d'abord effectué un graphique présentant les réussites ainsi que les réussites partielles des élèves pour chacune des composantes du modèle de compréhension. Pour ce graphique, les notes ont été attribuées en tenant compte du nombre de question réussies sur le total de questions pour chaque catégorie. Nous avons attribué une valeur de 2 à chaque réussite alors qu'une valeur de 1 a été attribuée aux réussites partielles et 0 aux questions non réussies. Pour calculer les pourcentages, nous avons additionné le pointage de chacune des questions d'une catégorie et nous l'avons divisé par le total de points possibles en considérant que chaque question avait un maximum possible de 2 points. Les composantes du modèle de Bergeron et Herscovics (1989) ont été représentées par la légende présentée dans le tableau précédent.

<sup>1</sup> Nous ne tiendrons pas compte de cette question dans l'analyse des résultats puisqu'elle a été conçue pour cette étude spécifiquement et n'a donc pas fait l'objet d'analyse auprès d'autres élèves.



**Figure 4 :** Compilation des résultats de Julien et d'Alex

Ce graphique nous permet d'avoir une vue d'ensemble des aspects les mieux réussis par nos élèves et des endroits où ils ont eu davantage de difficulté. Toutefois, puisque les autres études ne tiennent pas compte des résultats partiels, nous avons fait un graphique qui les excluait afin de pouvoir mieux comparer les résultats à ceux des autres chercheurs. En effet, notre troisième objectif est de comparer les résultats de notre étude avec ceux de d'autres études. Les notes ont été attribuées en tenant compte du nombre de questions réussies sur le total de questions pour chaque catégorie. Les pointages ont été convertis en pourcentages afin de faciliter leur comparaison. Ce graphique montre les pourcentages obtenus par chacun des élèves pour chacune des composantes du modèle de Bergeron et Herscovics (1988).



**Figure 5 :** Compilation des résultats de Julien et Alex (version adaptée)

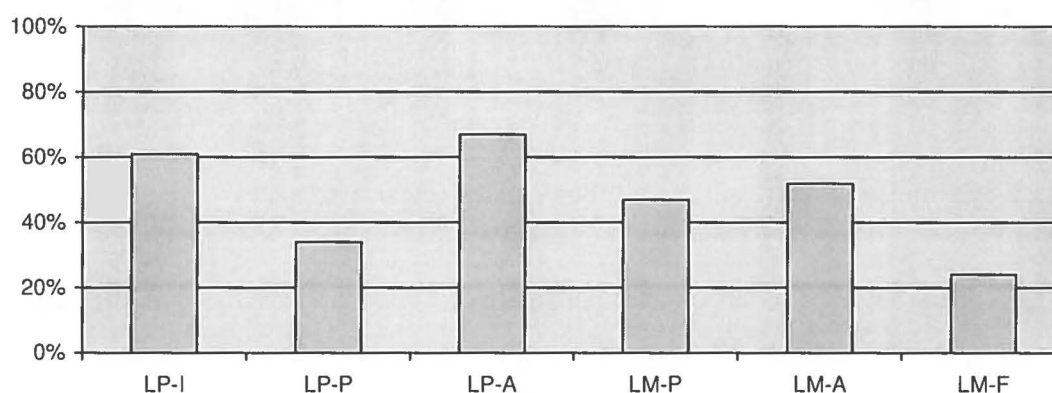
En analysant les résultats obtenus par Julien et Alex, nous pouvons constater que les deux se sont particulièrement bien débrouillés dans les questions portant sur les composantes liées à la compréhension logico-physique au niveau de l'abstraction de même qu'aux composantes liées à l'abstraction et à la formalisation de la compréhension logico-mathématique. Les questions les plus difficiles à résoudre ont été celles liées à la compréhension logico-physique procédurale de même que la compréhension logico-mathématique procédurale de même que celles liées à l'intuition. Afin de mieux comprendre les résultats de nos élèves, il importe d'aller les comparer à ceux de d'autres études de manière quantitative d'abord et ensuite de manière qualitative.

## 2. COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS DES AUTRES ÉTUDES

### 2.1 Difficultés des élèves par rapport aux paliers de compréhension

Nous avons pu constater qu'Alex et Julien présentent chacun leurs forces et leurs difficultés dans les différentes composantes du concept de fraction. En comparant leurs résultats à ceux obtenus par les élèves interrogés par les autres études (Boulet, 1993; Blouin, 2002; Naghibi, 2008), nous pourrions établir certains constats intéressants. Pour ce

faire, nous avons tenté d'effectuer aussi un graphique avec les résultats des élèves interrogés par les autres chercheurs pour les mêmes questions. Ces résultats ont été obtenus en retrouvant dans les études les pourcentages d'élèves ayant réussi chacune des questions de l'entrevue. Il est toutefois important de mentionner que, contrairement au tableau précédent qui présentait les résultats obtenus par deux mêmes élèves, nous avons plutôt ici une moyenne obtenue par des élèves différents, selon les questions sélectionnées dans chacune des études.



**Figure 6 :** Compilation des résultats des élèves des autres études

Bien entendu, il est difficile de comparer précisément les résultats de notre étude avec ceux des autres études puisque de nombreux éléments sont à considérer dont le nombre de participants, leur programme de formation qui fait que certaines notions vues dans un niveau ici peut l'être dans un autre niveau ailleurs ainsi que le nombre et le type de questions choisies pour l'entrevue. Toutefois, le but de cette analyse est de nous permettre de comparer les différents paliers de compréhension afin de voir si nous pouvons dégager des éléments de ressemblance entre les élèves dyspraxiques et les élèves dits réguliers. Nous pouvons remarquer que les forces et les faiblesses des élèves interrogés dans le cadre de notre étude s'apparentent à celles des autres études. En effet, dans les deux cas, les questions relatives à la compréhension logico-physique procédurale de même que la compréhension logico-mathématique procédurale sont parmi les moins réussies. Aussi, les questions portant sur l'abstraction ont été généralement bien réussies.



Finalement, les questions la formalisation logico-mathématique ont été relativement bien réussies chez nos élèves (dans une proportion de 50%) alors qu'elles ont été moins bien réussies chez les autres élèves et les questions portant sur la compréhension logio-physique au niveau de l'intuition ont été moins bien réussies chez nos élèves alors que les résultats étaient meilleurs chez les autres élèves. Il faut toutefois noter que certaines questions ont été grandement échouées dans les autres études, ce qui diminue considérablement le pourcentage de réussite globale. Lorsque nous tenons aussi compte des réussites partielles de nos élèves, nous relevons quand même une compréhension générale qui correspond davantage à celle des autres élèves.

En analysant ces deux graphiques, nous constatons donc que ce qui semblait de prime abord être une difficulté inhérente à la dyspraxie, soit les éléments liés à la compréhension procédurale sont aussi ceux qui posent problème chez les autres élèves. Il est alors possible de se demander si les difficultés procédurales sont réellement plus problématiques chez ces élèves. Après l'analyse des résultats, nous constatons aussi que les erreurs commises par les élèves de notre étude ne sont pas des erreurs conceptuelles. En effet, lorsque nous comparons les erreurs commises par nos élèves, nous pouvons constater que ces erreurs ont aussi été commises par les élèves des autres études. Pour vérifier cet aspect, nous avons choisi de nous concentrer davantage sur les trois paliers les moins réussis, soit ceux liés à la compréhension logico-physique intuitive et procédurale de même que ceux liés à la compréhension logico-mathématique procédurale. Nous avons choisi d'exclure le palier de formalisation puisqu'il ne ressortait pas dans nos hypothèses comme étant problématique chez les élèves dyspraxiques.

## **2.2 Types d'erreurs commises**

Rappelons d'abord les erreurs commises par nos élèves pour ces questions. Pour ce qui est de l'intuition, Julien et Alex croyaient que les deux figures ci-dessous avaient la même proportion. Dans l'étude de Boulet (1993), plusieurs élèves ont aussi eu cette même

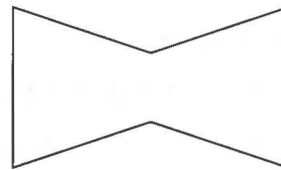
impression (17/45). Il est vrai que, visuellement, les parties ont une superficie semblable dans les deux cas. Toutefois, l'élève qui a en tête de comparer les morceaux entre eux risque de s'apercevoir que les trois morceaux à droite ne sont pas d'égale grandeur.

*Partie-tout : Il y a deux tartes, une pour toi et une pour moi. Si je mange le morceau de la première et toi celui de la deuxième, est-ce que tu as mangé autant de ta tarte que moi de la mienne ? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 77)*



Dans la partie sur la compréhension logico-physique procédurale, Alex et Julien ont eu beaucoup de difficulté à effectuer la partition dans le problème suivant :

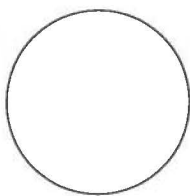
*Partie-tout : Imagine que la figure ci-dessous soit un gâteau. Tu veux partager ce gâteau entre toi et trois de tes amis. Sur la figure, hachure ta part (Naghibi, 2003, p. 101).*



Alors que Julien a effectué une partition en 3, Alex a fait une partition en 8 morceaux inégaux. Lorsque nous regardons les résultats de l'étude de Naghibi (2003), nous relevons que plus de 55% des enfants ont aussi fait une partition inégale. Séparer une forme irrégulière en morceaux égaux semble être une difficulté rencontrée par plusieurs élèves, dyspraxiques ou non.

Dans la seconde question, Julien a d'abord cru qu'il était impossible de faire une partition de ce cercle en trois morceaux. Alex, quant à lui, a fait une partition très approximative.

*Partie-tout : Voici une pizza à partager entre toi et deux de tes amis. Comment vas-tu effectuer le partage ? (Boulet, 1993, p. 81)*



Pour cette question, 8 élèves sur 12 dans l'étude de Boulet (1993) n'ont pas séparé le cercle en trois parties égales. Les erreurs commises par eux et par nos élèves sont similaires. Nous avons vu précédemment dans l'étude que la partition d'un cercle est une tâche complexe pour les élèves de 3<sup>e</sup> cycle. Nous ne sommes donc pas étonnés de voir cette difficulté ressortir chez nos élèves comme chez ceux de Boulet.

Finalement, en ce qui concerne la compréhension logico-mathématique procédurale, les deux premières questions ont posé des problèmes à Julien. À la première question, Julien a tenté de la résoudre en effectuant d'abord une division, mais il s'est trompé dans son calcul. Il a ensuite tenté de faire un dessin, mais il n'est pas parvenu à la bonne réponse. Pour la deuxième question, il a eu de la difficulté à faire sa séparation et il s'est trompé en calculant le nombre de pointes. Alex a, quant à lui, réussi les deux questions.

*Quotient : Si 5 biscuits sont séparés également entre trois enfants, combien de biscuits chaque enfant aura-t-il ? Explique. (Mercier, 2004, p. 31)*

*Quotient : Six personnes se séparent 3 pizzas. Combien chaque personne recevra de morceaux ? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 84)*

Les principales erreurs commises par les élèves de l'étude de Mercier (2004) et de Boulet (1993) ont été semblables, soit de mal séparer les unités ou encore de faire des erreurs de calcul en tentant de diviser. La formulation des questions peut ici avoir posé problème, car les élèves devaient répondre en termes de biscuits dans le premier cas et en termes de morceaux dans le second. Selon la partition effectuée, le nombre de morceaux peut varier.

Pour la prochaine question provenant de Mercier (2004), alors que Julien y a bien répondu, Alex a eu un peu plus de difficulté.

*Mesure : Le segment suivant représente l'unité :* \_\_\_\_\_

*Dessine un segment qui représente le  $\frac{1}{4}$  de cette unité. (Mercier, 2004, p. 32)*

En effet, il a tenté de mesurer le segment, mais il n'arrivait pas à diviser sa mesure en 4, ce qui lui a fait des morceaux inégaux. Beaucoup d'élèves (26%) dans l'étude de Mercier (2004) ont utilisé la mesure pour effectuer ce numéro, mais nous ne retrouvons aucune donnée à savoir si les mesures ont été bien effectuées. Nous savons toutefois que la mesure est ressortie dans les travaux de Mercier (2004) comme étant un des aspects les plus difficiles pour les élèves et les moins travaillés dans les manuels scolaires.

Finalement, la dernière question de cette partie a été bien réussie par les deux élèves. Ils ont eu des doutes par rapport à l'égalité des parties, mais outre une erreur commise par Julien qui croyait que la première illustration présentait  $\frac{1}{4}$  au lieu de  $\frac{1}{3}$ , les autres problèmes ont été bien résolus. D'ailleurs, dans l'étude de Naghibi (2003), plusieurs élèves ont commis des erreurs liés à l'aspect visuel de la fraction. Entre 36 et 48% des élèves ont eu ce genre de problème, selon les numéros.

*Partie-tout : Quelle fraction de chaque figure est colorée ? (Naghibi, 2003, p. 114)*



Après analyse des questions qui n'ont pas été réussies pour nos élèves dyspraxiques, nous remarquons que les erreurs qu'ils ont commises sont similaires à celles des élèves réguliers des autres études. Ainsi, il est impossible d'établir de liens entre la dyspraxie et les difficultés que les élèves ont eues à répondre aux questions de l'entrevue.

### 3. LIMITES DE L'ÉTUDE

Comme toute étude, il est important de considérer les limites de celles-ci. Tout d'abord, l'aspect qui a posé le plus problème dans notre étude est le nombre de participants. Il a été très difficile de trouver 3 participants du niveau d'âge requis pour notre étude. Alors que nous aurions aimé au départ avoir entre 3 et 5 élèves, le nombre s'est restreint à deux. Il a donc été plus difficile de comparer les résultats de ces élèves. Une raison pouvant expliquer la difficulté à trouver des participants pourrait être attribuable au fait que très peu de diagnostics de dyspraxie sont donnés. Concernant nos participants, nous avons aussi eu de la difficulté à obtenir leur profil complet. Ainsi, certaines données qui auraient pu être pertinentes à connaître n'ont pas pu être prises en compte dans cette étude.

Aussi, nous avons pu voir une certaine confusion par rapport à certaines définitions de la dyspraxie. Il ne semble pas y avoir uniformité chez les chercheurs et les aspects qui seraient atteints chez les enfants dyspraxiques semblent diverger. Il a donc été difficile de définir clairement ce qu'est la dyspraxie selon les chercheurs.

Finalement, dans la présentation des élèves, nous avons mentionné qu'Alex avait de très bons résultats en mathématiques. Aussi, nous avons relevé qu'après la prise de Ritalin, les résultats de Julien s'étaient grandement améliorés. Ainsi, les deux élèves avaient obtenu à leurs derniers bulletins des résultats près de 85%. Le fait que ces élèves aient de telles notes peut aussi avoir modifié les résultats. Par contre, cela peut nous amener à nous questionner aussi sur les difficultés en mathématiques des élèves dyspraxiques puisque nos deux élèves ont des résultats plus hauts que la moyenne de leur groupe dans cette matière. Le fait que ce soit deux élèves qui ont une dyspraxie légère peut aussi avoir influencé nos résultats.

#### 4. HYPOTHÈSES SUR L'ACQUISITION DU CONCEPT DE FRACTION CHEZ LES ÉLÈVES DYSPRAXIQUES

Nous avons vu précédemment que la dyspraxie est marquée par un retard dans la coordination des mouvements qui interfère significativement avec les résultats académiques et les activités de la vie quotidienne (American Psychiatric Association, 1994). Bien que peu d'études sur les liens entre la dyspraxie et les mathématiques aient été réalisées, certains auteurs ont soulevé différentes hypothèses quant aux difficultés que peuvent rencontrer ces élèves. Les habiletés visuo-spatiales sont identifiées par plusieurs auteurs comme pouvant être problématiques chez ces élèves (Breton et Léger, 2007; CanChild, 2004; Hurtrez, 2002; St-Laurent, 2002; Vaivre-Douret, 2007). D'ailleurs, la numération et la mesure sont apparues comme étant des domaines risquant d'être plus problématiques chez ces élèves.

Parmi les difficultés rencontrées par les deux élèves interrogés, bien que l'aspect visuo-spatial ait posé problème tantôt à l'un, tantôt à l'autre, nos élèves se débrouillaient relativement bien dans l'ensemble des questions où cet aspect était dominant. La mesure a effectivement été un des aspects les plus problématiques pour ces élèves. Par contre, nous avons remarqué que cet aspect est relevé par différents auteurs (Adjigbe et Pluvillage, 2000; Charalambos, Charalambous et Pitta-Pantazi, 2007) comme étant un des moins maîtrisés

chez les élèves de 3<sup>e</sup> cycle et un des moins présentés dans les manuels scolaires (Mercier, 2004). Dans les études, nous retrouvons des raisons de nature épistémologique ou conceptuelle pour expliquer ces difficultés. Il est donc difficile de s'y retrouver et de savoir ce qui est réellement en cause. Ainsi, nous ne pouvons pas faire de liens entre la difficulté liée à la mesure et la dyspraxie.

Dans notre étude, nous ne relevons donc pas de liens évidents entre la dyspraxie et l'acquisition du concept de fraction. Lorsque nous comparons nos résultats aux problématiques attendues chez ces élèves, nous ne pouvons pas affirmer qu'il y a un écart significatif entre les deux groupes d'élèves. Toutefois, cela ne veut pas dire qu'aucun lien ne peut être fait, mais les aspects qui ressortaient dans les écrits comme étant problématiques n'ont pas été aussi marqués. Dans notre recension d'écrits, nous avons noté une difficulté à trouver des écrits scientifiques documentant les difficultés académiques des élèves dyspraxiques. Nous avons donc cherché dans des écrits de vulgarisation afin de voir quelles étaient les conclusions. Toutefois, comme ces textes ont été écrits par des gens qui travaillent avec une clientèle particulière, il est possible que leurs observations ne tiennent pas compte des difficultés récurrentes chez tous les élèves. Afin de documenter davantage les difficultés possibles des élèves dyspraxiques, d'autres méthodes pourraient s'avérer plus efficaces, dont l'observation ou encore l'analyse d'élèves dyspraxiques par rapport aux autres élèves de leur groupe. Il y aurait lieu aussi de remettre en question les conclusions des ouvrages de vulgarisation puisque nous avons remarqué qu'elles n'ont pas permis pour le cadre de cette étude de valider les difficultés spécifiques en mathématique des élèves dyspraxiques.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Adjage, R. et Pluvinaud, F. (2000). Un registre géométrique unidimensionnel pour l'expression des rationnels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(1), 41-88.
- American Heritage Medical Dictionary (2007). *The free dictionary*. Site téléaccessible à l'adresse <<http://medical-dictionary.thefreedictionary.com/visuospatial>>. Consulté le 10 mars 2010.
- American Psychiatric Association (2000). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders (DSM-IV-TR)*. Washington : American Psychiatric Association.
- Bergeron, J.C. et Herscovics, N. (1988). An extended Model of understanding. *Proceedings of tenth Annual Meeting. PME-NA*. November, 2-5.
- Blouin, P. (2002). *Dessine-moi un bateau : la multiplication par un et demi*. Trois-Rivières : Éditions Bande Didactique.
- Bouchard, S. et Cyr, C. (dir.) (2005). *Recherche psychosociale : pour harmoniser recherche et pratique*. Sainte-Foy : Presses de l'Université du Québec (1<sup>re</sup> éd. 1998).
- Boulet, G. (1993). *The Construction of the Unit Fraction Concept*. Thèse de doctorat en éducation, Université de Montréal, Québec.
- Ball, D. (1990). Halves, Pieces, and Twoths : Constructing representational contexts in teaching fractions. In. T.P. Carpenter and Fennema, E. (dir.). *Learning, teaching, and Assessing Rational numbers Concepts*. Article téléaccessible à l'adresse <<http://www.routledge.com/books/details/9780805811353/>>. Document consulté le 4 octobre 2010.



Charalambos, Y. Charalambos, Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study student's understanding of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 293-316.

Centre for Childhood Disability Research (s.d.). *Children with developmental coordination disorder*. Document téléaccessible à l'adresse <<http://dcd.canchild.ca/en/AboutDCD/resources/dcdrevised.pdf>>. Consulté le 10 mars 2010.

Côté, R. (dir.) (2002). *Leximath : lexique mathématique de base*. Montréal : Beauchemin (1<sup>re</sup> éd. 1991).

Fontaine, V. (2008). *Les représentations sociales des orthopédagogues du Québec en rapport avec l'intervention en mathématiques auprès des élèves à risque*. Mémoire de maîtrise en sciences de l'éducation, Université de Sherbrooke, Québec.

Hasemman, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 71-87.

Héraud, B. (1989). Analyse conceptuelle de la longueur et de sa mesure. *Proceeding of the Thirteen Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Paris : France, 1-7.

Herscovics, N. et Bergeron, J.C. (1982). Des modèles de la compréhension. *Revue des sciences de l'éducation*, 8(3), 576-596.

Hurtrez, E. (2002). *L'apprentissage des nombres chez des enfants présentant une dyspraxie visuo-spatiale*. Article disponible à l'adresse suivante <[http://eric.hurtrez.upi.tsl.free.fr/dvdsdvs/memoire\\_corps\\_nbres\\_et\\_dvs.pdf](http://eric.hurtrez.upi.tsl.free.fr/dvdsdvs/memoire_corps_nbres_et_dvs.pdf)>. Consulté le 10 mars 2010.

- Kieren, T.E. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (dir.). *Number and measurement : Papers from a research workshop* (p. 101-144). Colombus : Ho.
- Kirby, A., Davies, R. and Bryant, A. (2005). Do teachers know more about specific learning disabilities than general practitioners ? *British Journal of Special Education*, 32(3), 122-126.
- Léger, F. et Breton, S. (2007). *Mon cerveau ne m'écoute pas : comprendre et aider l'enfant dyspraxique*. Montréal : Éditions CHU Ste-Justine.
- Mazeau, M. (1995). *Déficits visuo-spatiaux et dyspraxies de l'enfant : du trouble à la rééducation*. Paris : Masson.
- Mercier, P. et DeBlois, L. (2004). Passage primaire-secondaire dans l'enseignement et l'apprentissage des fractions. *Envol*, 127, 17-24.
- Mercier, P. (2004). *Le passage de l'école primaire à l'école secondaire dans l'enseignement et l'apprentissage des fractions*. Mémoire de maîtrise en éducation, Université Laval, Québec.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2010). *Loi sur l'instruction publique*. Document téléaccessible à l'adresse <[http://www2.publicationsduquebec.gouv.qc.ca/dynamicSearch/telecharge.php?type=2&file=/I\\_13\\_3/I13\\_3.html](http://www2.publicationsduquebec.gouv.qc.ca/dynamicSearch/telecharge.php?type=2&file=/I_13_3/I13_3.html)>. Consulté le 10 mai 2010.
- Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2008). *Progression des apprentissages au primaire*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2008). *Questions et réponses sur les problèmes d'apprentissage*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2007). *Rapport annuel de gestion 2006-2007*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport (2002). *Programme de formation de l'école québécoise*. Québec : Gouvernement du Québec

Ministère de l'Éducation du Québec (2000). *Une école adaptée à tous ses élèves : politique de l'adaptation scolaire*. Québec : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'Éducation du Québec (1976). *Comité provincial de l'enfance inadaptée: rapport COPEX*. Québec : Gouvernement du Québec.

Myre-Bisaillon, J., Mary, C., Marchand, P. (2009). *Recension des écrits au regard des stratégies pédagogiques démontrées efficaces par la recherche pour la réussite des élèves ayant des besoins particuliers*. Rapport de recherche, subvention MELS.

Nantais, N. (1992). *La mini-entrevue, un nouvel outil d'évaluation de la compréhension mathématique au primaire*. Montréal : Université de Montréal.

Naghibi, M. (2008). *Un portrait de la compréhension du concept de la fraction : Une étude exploratoire en Iran*. Thèse de doctorat en éducation, Université Laval, Québec.

Organisation Mondiale de la Santé (1993). *Classification internationale des maladies : dixième révision (CIM-10)*. Paris : Masson.

- Packiam-Alloway, T. (2007). Working memory, reading, and mathematical skills in children with developmental coordination disorder. *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, 20-36.
- Pannetier, E. (2007). *La dyspraxie : une approche clinique et pratique*. Montréal : Éditions CHU Ste-Justine.
- Panaoura, A., Gagatsis, A., Deliyianni, E. and Elia, I. (2009). The structure of students' beliefs about the use of representations and their performance on the learning of fractions. *Educational Psychology*, 29(6), 713-728.
- Picard, C. (1992). Élaboration et évaluation d'un matériel didactique portant sur la notion de fraction en cinquième année du primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, XVIII(1), 29-41.
- Poirier, L. (2001). *Enseigner les mathématiques au primaire*. St-Laurent : ERPI.
- Ripley, K. (2001). *Inclusion for Children with Dyspraxia/DCD : A Handbook for Teachers*. David Fulton Publishers : London.
- Rosar, D., Van Nieuwenhoven, C. et Jonnaert, P. (2001). Les fractions, comment mieux comprendre les difficultés rencontrées par les élèves ? *Instantanés Mathématiques*, 37(2), 4-28.
- Rosemblum, S. et Livneh-Zirinski, M. (2008). Handwriting process and product characteristics of children diagnosed with developmental coordination disorder. *Human Movement Science*, 27, 200- 214.
- Rouche, N. (1998). *Pourquoi ont-ils inventé les fractions ?* Paris : Ellipses.

- Rousseau, N. et Bélanger, S. (2004). *La pédagogie de l'inclusion scolaire*. Presses de l'Université du Québec : Sainte-Foy.
- Saint-Laurent, L. (2002). *Enseigner aux élèves à risque et en difficulté au primaire*. Boucherville : Gaëtan Morin éditeur.
- Schmidt, S. (2002). Difficultés d'apprentissage en mathématiques. In G. Deburme et N. Van Grunderbeeck (dir.), *Enseignement et difficultés d'apprentissage* (p. 41-63). Sherbrooke : Éditions du CRP.
- Smith, J.P. (2002). The development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. In B. Litwiller and G. Bright (dir.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions* (p. 3-17). Reston : National Council of Teachers of Mathematics.
- Vaivre-Douret, L. (2007). Troubles d'apprentissage non verbal : les dyspraxies développementales. *Archives de pédiatrie*, 14, 1341-1349.

## ANNEXE A - LISTE DES MOTS-CLÉS UTILISÉS POUR LA RECHERCHE

Fractions	Dyspraxie	Élèves du primaire
Fraction	Developmental coordination	Elementary student
Nombres rationnels	disorder	Primaire
Rational numbers	Trouble moteur	Children
Mathematical abilities	Trouble du développement	
Mathematical difficulty	moteur	
Fraction concept	DCD	
Difficultés mathématiques	Dyspraxia	
Fraction belief	Trouble d'acquisition de la	
	coordination	
	Motor trouble	

## ANNEXE B

### **LETTRE D'INFORMATION ET FORMULAIRE DE CONSENTEMENT : MODÈLE POUR PERSONNES MINEURES (CONSENTEMENT PARENTAL)**

#### **Invitation à participer et formulaire de consentement pour le projet de recherche L'acquisition du concept de fraction chez les élèves dyspraxiques**

Marie-Eve Shank, Université de Sherbrooke  
Maîtrise en adaptation scolaire et sociale

Madame,  
Monsieur,

Nous invitons votre enfant à participer à la recherche en titre. L'objectif de ce projet de recherche est de comprendre les stratégies utilisées par ces enfants pour résoudre des problèmes mathématiques. Afin que votre enfant participe à ce projet, nous avons besoin non seulement de son accord, mais aussi du vôtre.

#### **En quoi consiste la participation au projet?**

Pour ce faire, je demande l'approbation de votre enfant, mais aussi la vôtre, afin de pouvoir faire une entrevue d'environ 1 heure avec celui-ci. Au cours de cette entrevue, il devra répondre à des questions d'ordre mathématique liées au concept de fraction. Cette entrevue se passera sur temps de classe ou encore en dehors, selon le moment opportun. Il n'y a pas d'inconvénients à participer à cette entrevue, sauf le temps consacré à l'entrevue. Il est à noter que l'enfant est libre d'abandonner en tout temps et que tout sera fait pour assurer une relation de confiance entre la chercheuse et l'enfant. Toutefois, les bénéfices pour l'avancement des recherches sont très grands compte tenu que la dyspraxie est un sujet peu touché dans la recherche et que ce projet permettra de comprendre davantage les enjeux auxquels sont confrontés ces enfants.

#### **Qu'est-ce que la chercheuse fera avec les données recueillies?**

Pour éviter l'identification de votre enfant comme personne participante à cette recherche, les données recueillies par cette étude seront traitées de manière **entièrement confidentielle**. La confidentialité sera assurée par l'utilisation d'un pseudonyme. Les résultats de la recherche ne permettront pas d'identifier les personnes participantes. Les résultats seront diffusés seulement dans le cadre de cet essai. Toutefois, les données recueillies pourraient servir à la rédaction de textes scientifiques sur le sujet. Les données recueillies seront conservées dans l'ordinateur personnel de la chercheuse, protégé par un mot de passe et les seules personnes qui y auront accès sont la chercheuse et son directeur d'essai. Il est possible que les données soient utilisées par des étudiantes et étudiants de maîtrise ou de doctorat, qui réaliseraient une recherche sur une thématique étroitement liée au projet original. Les données seront détruites au plus tard en 2015 et ne seront pas utilisées à d'autres fins que celles décrites dans le présent document.

**Est-il obligatoire de participer?**

**Non.** La participation à cette étude se fait sur une base volontaire. Votre enfant est totalement **libre de participer ou non à cette étude**. Vous êtes également libre d'accepter ou non que votre enfant participe sans avoir à motiver votre décision ni à subir de préjudice de quelque nature que ce soit.

**Y a-t-il des risques, inconvénients ou bénéfices?**

Au-delà de l'inconvénient de temps pour la passation de l'entrevue, la chercheuse considère que les risques absents. La contribution à l'avancement des connaissances au sujet de la dyspraxie sont les bénéfices prévus. Aucune compensation d'ordre monétaire n'est accordée.

**Que faire si j'ai des questions concernant le projet?**

Si vous avez des questions concernant ce projet de recherche, n'hésitez pas à communiquer avec moi aux coordonnées indiquées ci-dessous

-----  
Marie-Eve Shank  
Chercheuse ou chercheur responsable du projet de recherche  
819-822-5674  
Marie-Eve.Shank@usherbrooke.ca

-----  
Date

-----  
*J'ai lu et compris le document d'information au sujet du projet sur l'acquisition du concept de fraction chez les élèves dyspraxiques. J'ai compris les conditions, les risques et les bienfaits de la participation de mon enfant. J'ai obtenu des réponses aux questions que je me posais au sujet de ce projet. J'accepte librement que mon enfant participe à ce projet de recherche. Mon enfant et moi avons discuté du projet de recherche et de sa participation. Je me suis assuré de sa compréhension et de son accord à participer. Je comprends toutefois que mon enfant demeure libre de se retirer de la recherche en tout temps et sans préjudice.*

- ☐ *J'accepte que mon enfant participe à l'entrevue..*  
☐ *J'accepte que l'enseignant de mon enfant transmette aux chercheurs ses résultats scolaires en mathématique.*

Signature du parent ou tuteur :

-----  
Nom :

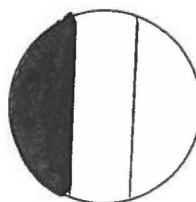
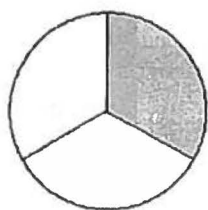
-----  
Date :  
-----



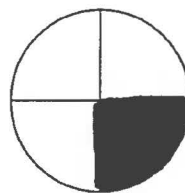
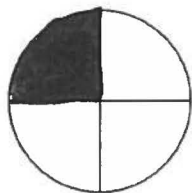
## ANNEXE C – TÂCHES DE L'ENTREVUE

### Compréhension logico-physique : intuition

Partie-tout : Il y a deux tartes, une pour toi et une pour moi. Si je mange la première et toi la deuxième, est-ce que tu as mangé autant de ta tarte que moi de la mienne ? Pourquoi ?  
(Boulet, 1993, p. 77)

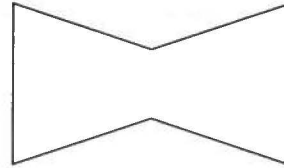


Partie-tout : Il y a deux tartes, une pour toi et une pour moi, si j'ai mangé ce morceau (1<sup>er</sup>) et toi celui-ci (2<sup>e</sup>), est-ce que tu as mangé autant de ta tarte que moi de la mienne ? Pourquoi ?  
(Boulet, 1993, p. 75)

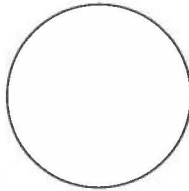


**Compréhension logico-physique : procédurale**

Partie-tout : Imagine que la figure ci-dessous soit un gâteau. Tu veux partager ce gâteau entre toi et trois de tes amis. Sur la figure, hachure ta part (Naghibi, 2003, p. 101).



Partie-tout : Voici une pizza à partager entre toi et deux de tes amis. Comment vas-tu effectuer le partage ? (Boulet, 1993, p. 81)



### **Compréhension logico-physique : abstraction**

Partie-tout : Martin et Mathieu veulent partager une barre de chocolat entre eux. Dans une demi-heure, deux autres amis viendront les rejoindre et si on attend, il faudra diviser le chocolat en quatre parties égales. Pour que Martin et Mathieu puissent en avoir plus, est-il mieux qu'on la partage maintenant ou qu'on attende les amis ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 139).

**Compréhension logico-mathématique : procédurale**

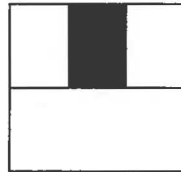
Quotient : Si 5 biscuits sont séparés également entre trois enfants, combien de biscuits chaque enfant aura-t-il ? Explique. (Mercier, 2004, p. 31)

Quotient : Six personnes se séparent 3 pizzas. Combien chaque personne recevra de morceaux ? Pourquoi ? (Boulet, 1993, p. 84)

Mesure : Le segment suivant représente l'unité : \_\_\_\_\_

Dessine un segment qui représente le  $\frac{1}{4}$  de cette unité. (Mercier, 2004, p. 32)

Partie-tout : Quelle fraction de chaque figure est colorée ? (Naghibi, 2003, p. 114)



Mesure :

- d) Si la bouteille suivante représente  $\frac{1}{2}$  litre d'eau, marque où se trouverait le  $\frac{1}{4}$  de litre.
- e) Si la bouteille suivante représente 1 litre d'eau, marque où se trouverait le  $\frac{1}{4}$  de litre.
- f) Si la règle suivante représente 1 décimètre, où se situe le  $\frac{1}{10}$  de décimètre ?

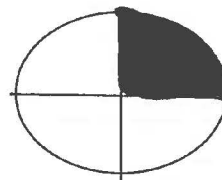
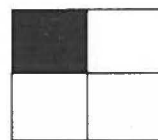


### Compréhension logico-mathématique : abstraction

Partie-tout : Je suis le  $\frac{1}{3}$  d'un biscuit. Dessine le biscuit entier. (Naghibi, 2003, p. 135).



Partie-tout : J'ai demandé à trois personnes de représenter la fraction  $\frac{1}{4}$ . Qui a raison ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 135).



Partie-tout : J'ai demandé à Sara et à Ali de colorer le  $\frac{1}{4}$  d'un carré. Sara le faire comme ça (1<sup>er</sup>) et Ali comme ça (2<sup>e</sup>). À ton avis, qui le fait correctement ? Pourquoi ? (Naghibi, 2003, p. 121).



### Compréhension logico-mathématique : formalisation

Droite numérique : Place la fraction  $\frac{3}{4}$  sur la droite numérique (Naghibi, 2003, p. 146).



Nombre : Utilise le signe  $>$   $<$  ou  $=$  dans les fractions suivantes : (Naghibi, 2003, p. 162).

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{6}$$

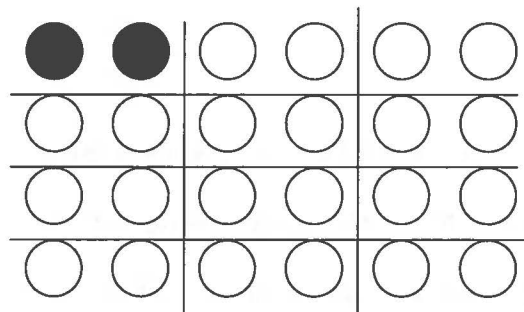
$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4}$$

Partie-tout : Alice a mangé le  $\frac{1}{3}$  de cette barre de chocolat, combien de morceaux a-t-elle mangés ? (Boulet, 1993, p. 72)



Partie-tout : Voici une boîte de chocolat. Supposons que tu en as mangé cette partie. Quelle fraction as-tu mangée ? (Boulet, 1993, p. 82)



## ANNEXE D - Verbatim de Julien

E : élève

I : intervenant

Durée : 31 :53

I : Question 1 (je suis le  $\frac{1}{3}$  d'un biscuit...)

L'élève mesure avec sa règle et fait 3 morceaux identiques au premier.

I : Comment as-tu procédé ?

E : Ah... c'était le  $\frac{1}{3}$  (efface un morceau). Si c'est une partie sur 3 donc il faut en faire deux autres. Pis.. eh... ben j'ai fait deux parties égales.

I : Question 2

E : Est-ce que ça peut être plus qu'une personne ?

I : Oui.

E : Les trois.

I : Ok. Est-ce que ça change quelque chose que ce soit un cercle, un carré ou un rectangle ?

E : Hmmm... non.

I : Pourquoi ?

E : Ben... c'est des parties égales quand même.

I : Question 3

E : Celui-là d'en haut.

I : Pourquoi ?

E : Parce qu'il est plus égal. Et celui-ci (du bas) est fait en crayon feutre.

I : Si les deux étaient faits au crayons feutre, est-ce que ce serait pareil ?

E : Ce serait quand même lui parce que celui en bas est fait en X et dans un X il y a une partie plus large que l'autre. Ben ces deux-là sont égaux (en haut et en bas) et ceux-là aussi (gauche-droite).



I : Mais selon toi les 4 ne sont pas égaux.

E : Non.

I : Est-ce que c'est parce qu'ils ont la forme d'un X ou parce que tu trouves que le dessin qui est ici est mal fait ?

E : Non, parce que c'est un X.

I : Donc n'importe quel carré qui est découpé en X les morceaux ne seraient jamais égaux ?

E : C'est ça.

I : Question 3 (page 2)

E : (hésite, mesure la hauteur du rectangle, réfléchit longuement). Est-ce que tu veux que je fasse une ligne ?

I : Oui.

E : Ben à peu près ici ( $1/4$ )... ben je pense... je suis pas certain. Ben il faut le défaire en trois parties, mais je sais pas vraiment comment calculer (il efface sa ligne).

I : À cause que ça n'arrive pas juste avec la règle ?

E : Ben... ouais

I : Ok, mais toi essaie de le dessiner à peu près alors, le plus exactement que tu es capable, sans mesurer.

E : Ca fait à peu près 3.5 (il dessine 3 lignes). Là c'est divisé en 4.

I : Ok et si on regarde la première marque que tu as faite. Est-ce que tu trouves que cette partie-là (faite par la ligne) semble être pas mal le  $1/4$  de ça (l'entier) ?

E : Oui.

I : Ok alors fais-moi la ligne si tu trouves que ça semble être à cet endroit.

I : Lecture du problème (si la bouteille représente 1 litre d'eau, où se trouve le  $1/4$ ). Donc, ici ( $1^{\text{er}}$  numéro), la bouteille représentait  $1/2$  litre et ici elle représente 1 litre.

E : (réfléchit longuement et tente d'estimer avec ses doigts où la ligne peut arriver). Je pense que ce serait pas mal la même chose (il trace la ligne).

I : Si moi je t'ai dit que la bouteille ici était de 1 litre et que je cherchais le  $\frac{1}{4}$  de litre et que celle ici est de  $\frac{1}{2}$  litre et que je cherche aussi le  $\frac{1}{4}$  de litre, est-ce qu'il y a une différence entre les deux ?

E : Ah ok je viens de comprendre (efface la ligne du premier numéro). Je pensais que c'était le  $\frac{1}{4}$  d'un demi-litre mais c'était le  $\frac{1}{4}$  du litre au complet.

I : Non, ici (l'autre) c'était sur 1 litre au complet, mais ici c'est sur  $\frac{1}{2}$  litre. Donc, ça ça vaut  $\frac{1}{2}$  litre et moi je cherche le  $\frac{1}{4}$  de litre.

E : Ah, non ce serait la même chose.

I : Lecture du problème. Moi je te dis que la ligne qui est là ne fait pas un vrai décimètre.

E : (mesure et trace une ligne à \_\_\_\_ cm).

I : Lecture du problème

E : (utilise la feuille et tente de faire la division  $5 / 3$ ) Ben... 2.5... Ben y'en aurait un qui aurait deux biscuits pis les autres en auraient une moitié chacun + 2... ben... plus 1 je pense.

I : Peut-être que tu pourrais dessiner le problème pour t'aider.

E : (dessine 4 biscuits et réfléchit longuement). Ca fait 1 et demi chacun.

I : Ok, comment tu as fait pour arriver à ça ?

E : Si tu sépares le premier, ça en donne 1, ben  $1/2$  pour 2 personnes. Si tu sépares le 2<sup>e</sup>, ça fait 1 pour une personne et 1 pour l'autre. Lui (le 3<sup>e</sup>) si tu sépares encore tu donnes 1 partie à l'autre pis... non ça marche pas (il tente de séparer les biscuits autrement). Il y en aurait un qui en aurait une partie de moins.

I : Est-ce que tu as trouvé combien chaque enfant va en avoir (de morceaux) qui sont certains. Qu'est-ce qui t'embête ?

E : Ouain ben... ceux-là (les deux derniers) je le sais pas.

I : Si on regarde juste ceux-là (les 2 premiers), est-ce que tu sais combien chaque enfant aura de morceaux là-dedans ?

E : Faudrait les séparer en trois.

I : Est-ce que ça se peut ?

E : Je pense pas.

I : Essaie de m'expliquer alors avec le dessin que tu as fait.

E : Ben y'en aurait 2 pour 2 personnes pis 1 pour l'autre.

I : (Lecture du problème sur les pizzas)

E : (dessine 3 pizzas sur sa feuille et sépare ses pizzas en 8 morceaux). Ben, c'est pas égal...

I : C'est pas grave. Pourquoi tu as fait 8 morceaux avec ta pizza ?

E : (veut effacer)

I : Non, n'efface pas. Je veux simplement savoir pourquoi tu as séparé ta pizza en 8 morceaux.

E : Je voulais juste en faire 6, mais ça en a fait 8.

I : Pourquoi tu voulais en faire 6 ?

E : Comme ça chaque personne en aurait eu un morceau.

I : Est-ce que tu vas être capable d'y arriver quand même avec 8 morceaux par pizza ? Continue donc à les séparer en 8 pour voir si tu vas y arriver.

E : (sépare ses pizzas). Ah ben, ça marche ! Dans le fond s'il y a 8 morceaux, 1 personne en a à chaque pizza pis vu qui en reste ben t'en donne à 1 personne. Une personne en a 2 morceaux sur celle-là (la première), une autre personne en a 2 aussi sur celle-là, pis même chose pour les autres là, dans le fond ils ont 2 morceaux chacun, je pense.

I : Donc tu m'as dit que dans cette pizza-là (la première), chaque personne a combien de morceaux ?

E : 1 pis y'a deux personnes qui en ont deux.

I : Et ici (la deuxième pizza) ?

E : Encore la même chose là.

I : Ok, maintenant prends une seule personne et dis-moi combien de morceaux cette personne là va avoir.

E : Une seule personne genre sur celle-là (première pizza) ? Elle a deux morceaux.

I : En tout ? Avec les trois pizzas.

E : Ah... ça marche pas.

I : Tu peux te faire un X dessus si tu veux te choisir un morceau. Donc tu m'as dit ici que dans cette pizza-là (première) la personne va avoir combien de morceaux ? Supposons que c'est toi là.

E : Là elle va en avoir un, ici (deuxième pizza) elle va en avoir un de plus... ben deux, pis là (troisième), elle va en avoir un.

I : Donc, ça lui fait combien de morceaux ?

E : Ben ça fait... il recompte... quatre.

I : Est-ce que ça va être pareil pour tout le monde ?

E : Ben oui parce que si y'a toujours 2 morceaux de trop et si tu fais  $2 \times 3$  ben ça donne 6.

I : Ok, parfait. Donc ici, (lecture du problème)

E : (mesure le segment) 4,4 (réfléchit longuement).

I : Regarde, je vais l'enlever le 0,4 ça va être plus facile.

E : (trace une ligne à 1 cm) Ben, ici.

I : (lecture du problème) Ici, ça donne quelle fraction ?

E : (mesure)

I : Tu n'as peut-être même pas besoin de ta règle, moi je pense que juste avec tes yeux tu peux le voir quelle fraction ça peut représenter.

E :  $\frac{1}{4}$

I : Écris-moi juste la fraction en-dessous pour que je m'en rappelle. Ici, c'est quelle fraction (deuxième) ?

E : (réfléchit) ben, 2... ben trois quatrième je pense... ben trois quart plutôt.

I : Et ici (troisième) ?

E : (réfléchit)  $\frac{1}{6}$

I : Je vais te lire la prochaine question, elle est quand même longue (lecture). Je vais te la relire deux fois pour que tu la comprennes bien.

E : Ben je pense qu'on les attende... ben qu'on la mange tout de suite. Ils arrivent dans combien de temps ?

I : Dans une demi-heure.

E : (réfléchit)

I : Je vais te le relire pour que tu y penses.

E : Ben qu'ils la mangent tout de suite.

I : Pourquoi ?

E : Parce qu'ils sont deux et qui va falloir qu'ils la partagent avec les autres quand ils vont arriver.

I : Quand ils vont être quatre, ça va être des plus petits morceaux ?

E : Ben, ouais parce qu'il va falloir qu'ils en partagent avec les autres.

I : Ok. (lecture du problème).

E : Ca va être un peu dur mais en tout cas...

I : Pourquoi tu dis que ça va être difficile ? Comment tu as envie de les classer toi ?

E : Ben, toutes les frimes ensemble, tous les deux pis eee...

I : Ok.

E : (classe toutes les cartes par numéro – as ensemble, les 2, etc. et mets toutes les figures dans un même paquet. Il n'y a aucune erreur dans son classement selon ses catégories, mais il a dû réajuster 1 ou 2 paquets qu'il avait fait 2 x, par exemple, deux paquets avec les as.).

I : Lecture du problème

E : (sépare la figure en 4 sur le sens de la longueur – mauvaise séparation). Ben, c'est pas vraiment égal.

I : Ce serait laquelle ta part à toi ?

E : Celle du milieu.

I : Fais juste la dessiner pour que je la voie. (Lecture du problème suivant).

E : (réfléchit longuement).

I : Le problème t'embête ?

E : Ouais parce que c'est vraiment rare en trois...

I : Est-ce que ça peut se faire ?

E : Ben je pense pas.

I : Donc tu penses qu'on peut pas vraiment le faire ?

E : Non...

I : Bon, ok. (tourne la page et lis le problème suivant).

E : C'est toi.

I : Pourquoi ?

E : Ben parce qu'elle est plus grande. Ben ca c'est genre séparé plus petit (2°).

I : Est-ce que tu penses que ça peut être égal ces deux morceaux-là ou c'est vraiment lui (le premier) qui est le plus grand ?

E : Je pense que lui est plus grand (1<sup>er</sup>). Ah... ouain, c'est pas mal égal.

I : Pourquoi ? Est-ce que tu as une idée ? Si ici j'ai  $\frac{1}{3}$  et ici aussi, est-ce que c'est égal les deux morceaux ?

E : Ben je pense.

I : Donc, ici j'ai  $\frac{1}{3}$  et ici j'ai  $\frac{1}{3}$ , est-ce que les deux pièces sont égales ?

E : Non, c'est vraiment celui-là qui est le plus grand (1<sup>er</sup>), parce qu'il est plus large.

I : Ok, et celui-là, même si c'est  $\frac{1}{3}$  aussi, il n'est pas égal ?

E : Non, il n'est pas égal à lui.

I : Ok. (lecture du problème).

E : Ouais.

I : Pourquoi ?

E : C'est séparé égal et c'est la même forme.

I : Qu'elle soit ici (1<sup>er</sup>) ou qu'elle soit là (2<sup>e</sup>), ça ne change rien ?

E : Ouais, ça ne change rien.

I : Ok ! (lecture du problème). Tu n'auras pas besoin de ta règle, vas-y à peu près.

E : (trace une ligne à \_\_\_\_\_)

I : (Lecture du problème suivant). Tu n'as qu'à encercler la fraction qui est la plus grande.

E : Celle qui est la plus mangée ?

I : Oui, ça peut être ça. Par exemple si j'ai mangé le  $\frac{2}{5}$  d'une tarte ou le  $\frac{4}{5}$ , dans laquelle j'en ai mangée le plus ?

E : (encercle le  $\frac{4}{5}$ ).

I : Pourquoi tu as encerclé celle-là ?

E : Parce qu'ici il reste juste 1 morceau à manger et ici il en reste 3.

I : Ok. Ici, j'ai  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{6}$ , laquelle des deux est la plus grande ?

E : (encercle  $\frac{1}{3}$ ).

I : Pourquoi ?

E : Ben ici, c'est en trois et ici c'est en six, donc c'est plus petit ( $\frac{1}{6}$ ).

I : Ok, ici j'ai  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{4}$ , donc laquelle est la plus grande ?

E : Encore le  $\frac{1}{3}$ .

I : Pour la même raison qu'ici (numéro précédent) ?

E : Oui.

I : Ok. (lecture du problème).

E : Ok, ben au complet ?

I : Oui, en tout.

E : 1 mais genre ça arriverait là (il pointe \_\_\_\_\_)

I : Ok, ben fais moi la ligne.

E : (trace la ligne).

I : Pourquoi tu dis que ça arriverait là ?

E : Ben si c'est  $\frac{1}{4}$ , c'est séparé en plus de morceaux. Ca fait que t'es obligé de couper.

I : Ok et ici c'est dans le milieu que tu voulais couper ?

E : Oui.

I : Ok, parfait. (Lecture du problème).

E :  $\frac{2}{24}$ , ben eh... 2 sur... 2 vingt-quatrième.

I : Parfait. Écris-le.

E : Ok, on a terminé !



## ANNEXE E - Verbatim d'Alex

I : intervenant

E : élève

29 :37

I : (lecture du problème)

E : (s'exécute et réussit le problème).

I : (lecture du problème)

E : (sans hésitation) ils ont tous raison.

I : Pourquoi ?

E : Parce que c'est  $\frac{1}{4}$  (un quart).

I : Puis la fraction  $\frac{1}{4}$  peut se représenter de différentes façons ? Que ce soit un carré, un rectangle ou un cercle, ça ne change rien ?

E : Ouais, en autant qu'il y ait 4 parties et qu'il y en ait une de coloriée.

I : (Lecture).

E : C'est pas mal la même affaire qu'ici (numéro précédent). C'est  $\frac{1}{4}$  quand même malgré les formes.

I : Même si c'est séparé ici en triangle (1<sup>er</sup> dessin) et ici en carré (2<sup>e</sup> dessin), ça fait quand même  $\frac{1}{4}$  ?

E : Oui.

I : Ok, parfait. (Lecture).

E : Ok, donc tout ça c'est  $\frac{1}{2}$  litre ?

I : Oui.

E : (réfléchit un moment et dessine une ligne au quart de l'image). À peu près là.

I : Comment tu as fait pour le trouver ?

E : Je l'ai mis en quarts.

I : Ok et c'est quelle partie que tu prends, laquelle est-ce que tu sélectionnes ? Celle qui est en haut ou celle qui est en bas ?

E : Celle qui est en haut.

I : Ok fais un petit x dessus que je le vois bien. Donc, toi c'est cette partie-là qui fait le  $\frac{1}{4}$  de ça.

E : Oh, je me suis trompé là-ici (première bouteille). (il efface). Ici, c'est  $\frac{1}{2}$  litre, je peux pas le mettre en quart parce que j'essaie de trouver... ah, non, ça ne change rien.

I : Ok, ça ne change rien que ce soit un litre ou un demi-litre selon toi ? Fais-moi un x dessus. Ok, donc ce serait au même endroit, que la bouteille soit de un litre ou d'un demi-litre, ça ne change rien selon toi ?

E : Ça ne change rien.

I : (Lecture). Je te le dis, ça ne mesure pas un décimètre pour vrai.

E : (tente de diviser la règle en 10 morceaux). Ça mesure 15.4 cm alors je vais essayer de le diviser en 10. Je vais faire des petits pointillés juste pour voir si ça marche (il essaie de séparer en 10). Ils ne sont pas vraiment de la même grosseur. (Il efface). Bon, je vais essayer de trouver le milieu, après ça va être plus facile. (Il sépare en 2 et ensuite en 4 et en 8. Il sépare ensuite deux autres morceaux en 2 pour arriver à 10).

I : Mets un x pour me montrer quel morceau est le  $\frac{1}{10}$ .

E : (fais un x sur un morceau).

I : (Lecture). Bon je vais te remettre une feuille parce que ça se peut que tu en aies besoin pour faire des dessins.

E : Bon, c'est sur qu'ils n'en auront pas tout un au complet, il va y avoir des fractions.

I : Si tu veux, tu peux te faire un dessin pour t'aider.

E : (dessine 5 biscuits et 3 personnes). Ok, 5 biscuits et 3 personnes.... Un complet pour chaque personne (il relie un biscuit à chaque personne). (sépare les deux biscuits restants en 4 et réfléchit, puis efface et resépare les biscuits en trois). Donc, chacun a 1 biscuit et  $\frac{2}{3}$ .

I : Ok, comment tu es arrivé à ça ? Pourquoi tu dis que ça fait 1 biscuit et  $\frac{2}{3}$  ? Tu le savais par cœur ou tu l'as calculé ?

E : Ah, je connais pas mal ça par cœur.

I : (Lecture)

E : Ok. (Dessine 6 personnes et 3 pizzas). Les personnes c'est les points, et là c'est les pizzas. Ah, c'est facile (découpe les pizzas en deux). Chaque personne va avoir une demi-pizza.

I : (Lecture).

E : (mesure le segment). 4.5 cm (réfléchit longuement et tente de mesurer avec sa règle pour trouver le  $\frac{1}{4}$ ). On va voir si y'en rentre 4 là-dedans. Non, ce n'est pas ça (il efface). (Il tente maintenant d'y aller à l'œil, sans séparer le segment et efface à plusieurs reprises). Ah, c'est ça... ça devrait ressembler à ça (il y arrive sans séparer le segment, mais en y allant à tatons).

I : (Lecture)

E : (Utilise la règle pour mesurer).  $\frac{1}{3}$

I : Écris-le en dessous. Ici (2<sup>e</sup> image), je cherche encore la partie en noir.

E : (Mesure).  $\frac{1}{4}$ , mais en blanc.

I : Moi je cherche la partie en noir.

E : Ah,  $\frac{3}{4}$ .

I : Celle-là ici.

E : C'est moi ou c'est trompe-l'œil ?

I : Qu'est-ce que tu veux dire ?

E : Que ça c'est pas la même grosseur que ça (les deux parties rectangulaires).

I : Ça devrait être pareil. Ça se peut qu'il y ait une petite différence, mais ça ne devrait pas.

E : Le  $\frac{1}{6}$ , mais je ne suis pas très sur.

I : Pourquoi ? Qu'est-ce qui t'embête ?

E : Si on enlève le noir, ça va faire juste 2 rectangles collés, mais ça ne change pas mal rien à la donne. (il écrit  $\frac{1}{6}$ ).

I : (Lecture).

E : Qu'on la partage maintenant parce que si les amis arrivent, il va falloir qu'on la partage encore plus et ils vont avoir des plus petits bouts.

I : (Lecture).

E : (Commence un classement en ordre de grandeur : 2-3-4... et défait son classement après quelques cartes).

I : Qu'est-ce que tu allais faire ?

E : Je m'en allais les placer 2-3-4-5, mais non...

I : Pourquoi tu changes d'idée ? Qu'est-ce que tu trouves qui ne marche pas dans ta façon ?

E : Je vais les classer par : trèfle, pique, cœur, carreau.

I : Et pourquoi tu trouves que cette façon là est la meilleure ?

E : Parce que je trouve que ça marchait pas vraiment. (Effectue son classement en 4 paquets). Bon, là c'est pas fini (classe chacun de ses paquets en ordre de 2 à as et les empile un par-dessus l'autre – tous les deux, tous les 3, tous les 4).

I : Et pourquoi est-ce que tu trouves que c'est mieux que ce que tu avais commencé au début ?

E : C'est à cause que ce que j'avais commencé au début, c'était plus mélangé. Là, c'est plus ordonné comme ça, c'est mieux classé.

I : Ok, c'est parce que tu aimes mieux que ce soit la même ordre comme ça (en hauteur) et comme ça (en longueur).

E : C'est ça.

I : (Lecture)

E : (Sépare le morceau en 8 l - X). Ce n'est pas très droit... j'avoue que ça me mélange un peu (il efface).

I : Tu peux prendre la règle si tu veux des lignes plus droites.

E : Bonne idée ! (Reprend sa séparation initiale avec la règle). Et voilà!

I : Laquelle serait ta partie ?

E : (réfléchit). C'était trois amis hein ?

I : Toi et trois de tes amis.

E : (efface et arrête). Non, ça fait quatre ça. Je l'avais. Donc, on a chacun deux parties. Ouain, j'avoue que ce n'est pas très égal (il efface et trace une ligne de chaque côté). J'aurais besoin de quelque chose pour calculer le périmètre.

I : Non, tu n'en as pas besoin. Tu peux trouver une façon sans ça.

E : (sépare l'intérieur en 8 parties très inégales). C'est ça.

I : Ok, donc ta partie à toi ce serait quoi ?

E : (il fait un x sur les deux plus grandes parties de chaque côté).

I : Parfait. (Lecture du numéro).

E : (sépare le cercle en 3). Ca devrait être pas mal égal.

I : (Lecture).

E : Oui, parce que elle est faite sur le long (1<sup>re</sup>) et elle est faite sur le large (2<sup>e</sup>), mais c'est la même portion.

I : Pourquoi tu dis que c'est la même portion ? C'est quoi la fraction ?

E : C'est  $\frac{1}{3}$ .

I : Donc, ici c'est  $\frac{1}{3}$  (1<sup>re</sup>) et ici aussi (2<sup>e</sup>) ?

E : Oui, mais... C'est pas mal la même affaire.

I : (Lecture).

E : Oui, pareil.

I : Pourquoi ?

E : Parce que c'est les deux  $\frac{1}{4}$ .

I : Et que le morceau soit là (1<sup>re</sup>) ou là (2<sup>e</sup>), ça ne change rien ?

E : Oh non, en plus ils sont de la même grosseur.

I : Donc peu importe où le morceau il est, ça ne change rien ?

E : Oui, c'est ça.

I : (Lecture).

E : Ca, c'est 1 complet ?

I : Oui.

E : (Il trace 3 lignes à partir de 0 et y inscrit  $\frac{1}{4}$   $\frac{2}{4}$   $\frac{3}{4}$ ). Ben, j'ai essayé de les faire à peu près de la même grosseur.

I : Donc, le  $\frac{3}{4}$  irait ici (je pointe la 3<sup>e</sup> ligne).

E : Oui.

I : Et après, tu mettrais quoi, si tu avais à la continuer ?

E :  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{6}{4}$ ,  $\frac{7}{4}$ , et ainsi de suite.

I : (Lecture). Si j'ai  $\frac{2}{5}$  ou  $\frac{4}{5}$  ?

E : Plus grand ( $\frac{4}{5}$ ).

I : Pourquoi tu dis qu'il est plus grand ?

E : Parce que lui c'est  $\frac{2}{5}$  et lui c'est  $\frac{4}{5}$ .

I : Si j'ai  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{6}$ .

E : C'est  $\frac{1}{3}$ .

I : Qui est plus grand ou plus petit ?

E : Je dirais plus grand.

I : Ok, fais-moi le signe et dis-moi pourquoi tu dis que le  $\frac{1}{3}$  est plus grand ?

E : Parce que... (il dessine  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{6}$ ). Il y a une plus grosse superficie ici ( $\frac{1}{3}$ ) qui est en noir.

I : Et si j'ai  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{1}{4}$  ?

E : Même chose.

I : Donc, c'est encore le  $\frac{1}{3}$  qui est le plus grand ?

E : Oui.

I : (Lecture).

E : (sépare un morceau en 2, efface, calcule le nbre de morceaux auquel il arriverait s'il séparait chacun en deux). Ben je pense que si j'enlève ça (un morceau), elle en aurait mangé ça (un morceau). Si je rajoute ça (le morceau), ça va être à peu près ce que j'avais fait (la moitié). C'est ça, il faut oublier les lignes qui sont là. Ça arrêterait pas mal à la moitié de ce morceau-là.

I : (Lecture).

E : (Compte le nombre de morceaux).  $\frac{2}{24^e}$ .

